ගණිතය

9 ශ්‍රේණිය

III කොටස

අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව



සියලු ම පෙළපොත් ඉලෙක්ට්‍රොනික් මාධ්‍යයෙන් ලබා ගැනීමට
www.edupub.gov.lk වෙබ් අඩවියට පිවිසෙන්න.

පළමුවන මුද්‍රණය - 2017
දෙවන මුද්‍රණය - 2018
තෙවන මුද්‍රණය - 2019
සිව්වන මුද්‍රණය - 2020

ISBN 978-955-25-0365-8

අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව විසින්
රජයේ මුද්‍රණ නීතිගත සංස්ථාවේ
මුද්‍රණය කරවා ප්‍රකාශයට පත් කරන ලදී.

Published by : Educational Publications Department
Printed by : State Printing Corporation, Panaluwa, Padukka.

ශ්‍රී ලංකා ජාතික ගීය

ශ්‍රී ලංකා මාතා
අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා
සුන්දර සිරිබරිනී, සුරැඳි අති සෝබමාන ලංකා
ධාන්‍ය ධනය නෙක මල් පලතුරු පිරි ජය භූමිය රම්‍යා
අපහට සැප සිරි සෙත සදනා ජීවනයේ මාතා
පිළිගනු මැන අප භක්ති පූජා
නමෝ නමෝ මාතා
අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා
ඔබ වේ අප විද්‍යා - ඔබ ම ය අප සත්‍යා
ඔබ වේ අප ශක්ති - අප හද තුළ භක්ති
ඔබ අප ආලෝකේ - අපගේ අනුප්‍රාණේ
ඔබ අප ජීවන වේ - අප මුක්තිය ඔබ වේ
නව ජීවන දෙමිනේ නිතින අප පුබුදු කරන් මාතා
ඥාන වීර්ය වඩවමින රැගෙන යනු මැන ජය භූමි කරා
එක මවකගෙ දරු කැල බැවිනා
යමු යමු වී නොපමා
ප්‍රේම වඩා සැම භේද දුරැර ද නමෝ නමෝ මාතා
අප ශ්‍රී ලංකා, නමෝ නමෝ නමෝ නමෝ මාතා

අපි වෙමු එක මවකගෙ දරුවෝ
එක නිවසෙහි වෙසෙනා
එක පාටැති එක රුධිරය වේ
අප කය තුළ දුවනා

එබැවිනි අපි වෙමු සොයුරු සොයුරියෝ
එක ලෙස එහි වැඩෙනා
ජීවත් වන අප මෙම නිවසේ
සොඳින සිටිය යුතු වේ

සැමට ම මෙත් කරුණා ගුණෙනී
වෙළී සමගි දමිනී
රන් මිණි මුතු නො ව එය ම ය සැපතා
කිසි කල නොම දිරනා

ආනන්ද සමරකෝන්

පෙරවදන

දියුණුවේ හිණිපෙත කරා ගමන් කරනා වත්මන් ලොවට, නිතැතින්ම අවැසි වනුයේ වඩාත් නව්‍ය වූ අධ්‍යාපන ක්‍රමයකි. එමඟින් නිර්මාණය කළ යුත්තේ මනුගුණදම් සපිරුණු හා කුසලතාවලින් යුක්ත දරුපරපුරකි. එකී උත්තුංග මෙහෙවරට ජව බලය සපයමින්, විශ්වීය අභියෝග සඳහා දිරියෙන් මුහුණ දිය හැකි සිසු පරපුරක් නිර්මාණය කිරීම සඳහා සහාය වීම අපගේ පරම වගකීම වන්නේ ය. ඉගෙනුම් ආධාරක සම්පාදන කාර්යය වෙනුවෙන් සක්‍රීය ලෙස මැදිහත් වෙමින් අප දෙපාර්තමේන්තුව ඒ වෙනුවෙන් දායකත්වය ලබා දෙන්නේ ජාතියේ දරුදැරියන්ගේ නැණ පහන් දල්වාලීමේ උතුම් අදිටනෙනි.

පෙළපොත විටෙක දැනුම් කෝෂ්ඨාගාරයකි. එය තවත් විටෙක අප වින්දනාත්මක ලොවකට ද කැඳවාගෙන යයි. එසේම මේ පෙළපොත් අපගේ තර්ක බුද්ධිය වඩවාලන්නේ අනේකවිධ කුසලතා පුබුදු කරවාගන්නට ද සුවිසල් එළි දහරක් වෙමිනි. විදුබිමෙන් සමුගත් දිනක වුව අපරිමිත ආදරයෙන් ස්මරණය කළ හැකි මතක, පෙළපොත් පිටු අතර දැවටී ඔබ සමඟින් අත්වැල් බැඳ එනු නොඅනුමාන ය. මේ පෙළපොත සමඟම තව තවත් දැනුම් අවකාශ පිරි ඉසව් වෙත නිති පියමනිමින් පරිපූර්ණත්වය අත් කරගැනුමට ඔබ සැම නිරතුරුව ඇප කැප විය යුතු ය.

නිදහස් අධ්‍යාපනයේ මහානර්ඝ ත්‍යාගයක් සේ මේ පුස්තකය ඔබ දෝතට පිරිනැමේ. පෙළපොත් වෙනුවෙන් රජය වැය කර ඇති සුවිසල් ධනස්කන්ධයට අර්ථසම්පන්න අගයක් ලබා දිය හැක්කේ ඔබට පමණි. මෙම පාඨ්‍ය ග්‍රන්ථය මනාව පරිශීලනය කරමින් නැණ ගුණ පිරි පුරවැසියන් වී අනාගත ලොව ඒකාලෝක කරන්නට දැයේ සියලු දූ දරුවන් වෙත දිරිය සවිය ලැබේවායි හදවතින් සුබ පතමි.

පෙළපොත් සම්පාදන කාර්යය වෙනුවෙන් අප්‍රමාණ වූ සම්පත්දායකත්වයක් සැපයූ ලේඛක, සංස්කාරක හා ඇගයුම් මණ්ඩල සාමාජික පිරිවරටත් අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුවේ කාර්ය මණ්ඩලයේ සැමටත් මාගේ හදපිරි ප්‍රණාමය පුදකරමි.

පී. එන්. අයිලප්පෙරුම
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් ජනරාල්
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව
ඉසුරුපාය
බත්තරමුල්ල
2020.06.26

නියාමනය හා අධීක්ෂණය
ජී. එන්. අයිලප්පෙරුම - අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන කොමසාරිස් ජනරාල්
අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

මෙහෙයවීම
ඩබ්ලිව්. ඒ. නිර්මලා පියසීලි - කොමසාරිස් (සංවර්ධන), අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

සම්බන්ධීකරණය
තනුජා මෛත්‍රී විතාරණ - සහකාර කොමසාරිස්, අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව
ටී.ඩී.සී. කල්හාරි ගුණසේකර - නියෝජ්‍ය කොමසාරිස්, අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව
(2020 නැවත මුද්‍රණය)

සංස්කාරක මණ්ඩලය
ආචාර්ය ඩී. කේ. මල්ලව ආරච්චි - ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, කැලණිය විශ්වවිද්‍යාලය
ආචාර්ය රොමේන් ජයවර්ධන - ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, කොළඹ විශ්වවිද්‍යාලය
ආචාර්ය නලින් ගනේගොඩ - ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ශ්‍රී ජයවර්ධනපුර විශ්වවිද්‍යාලය
ශ්‍රීමා දසනායක - සහකාර අධ්‍යක්ෂ, ගණිත අංශය, අධ්‍යාපන අමාත්‍යාංශය
ජී. පී. එච්. ජගත් කුමාර - ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
එස්. රාජේන්ද්‍රම් - කථිකාචාර්ය, ජාතික අධ්‍යාපන ආයතනය
තනුජා මෛත්‍රී විතාරණ - සහකාර කොමසාරිස්, අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

ලේඛක මණ්ඩලය
ආචාර්ය ජේ. රත්නායක - ජ්‍යෙෂ්ඨ කථිකාචාර්ය, කොළඹ විශ්වවිද්‍යාලය
කේ. යූ. එස්. සෝමරත්න - කථිකාචාර්ය, මොරටුව විශ්වවිද්‍යාලය
එච්. එම්. ඒ. ජයසේන - ගුරු උපදේශක, (විශ්‍රාමික)
වයි. වී. ආර්. විතාරම - ගුරු උපදේශක, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, දෙහිඕවිට
ඩබ්. එම්. ඩබ්. සී වලිසිංහ - ගුරු උපදේශක, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, කෑගල්ල
අජිත් රණසිංහ - ගුරු උපදේශක, කලාප අධ්‍යාපන කාර්යාලය, හෝමාගම
අනුර ඩී. වීරසිංහ - ගුරු උපදේශක, (පිරිවෙන්), මාතර දිස්ත්‍රික්කය
ඩබ්ලිව්. එම්. ඩී. ලාල් විජේකාන්ත - ගුරු සේවය, ශාන්ත තෝමස් විද්‍යාලය, ගල්කිස්ස
බී. එම්. බිසෝමැණිකේ - ගුරු සේවය, මලියදේව බාලිකා විද්‍යාලය, කුරුණෑගල
එම්. රුබේරු ගුණසේකර - විදුහල්පති, (විශ්‍රාමික)
මෙවන් බී. දබරේරා - ගුරු සේවය, සී. ඩබ්ලිව්. ඩබ්ලිව්. කන්නන්ගර විද්‍යාලය
එන්. වාගීෂමූර්ති - අධ්‍යාපන අධ්‍යක්ෂ (විශ්‍රාමික)
ආර්. එස්. ඊ. පුෂ්පරාජන් - සහකාර අධ්‍යාපන අධ්‍යක්ෂ (විශ්‍රාමික)
එම්. එස්. එම් රෆීතු - ගුරු උපදේශක (විශ්‍රාමික)
යූ. විවේකනාතන් - ගුරු සේවය (විශ්‍රාමික)

භාෂා සංස්කරණය
ජයත් පියදසුන් - නියෝජ්‍ය ප්‍රධාන උප කර්තෘ, සිළුමිණ

සෝදුපත් කියවීම
ඩී. යූ. ශ්‍රීකාන්ත එදිරිසිංහ - ගුරු සේවය, ගොඩගම සුභාරතී මහාමාත්‍ය මහා විද්‍යාලය,

රූපසටහන් නිර්මාණය පරිගණක අක්ෂර සංයෝජනය
ආර්. ඩී. තිළිණි සෙව්වන්දි
බී. ටී. චතුරාණි පෙරේරා - පරිගණක සහායක, අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

පිටකවර නිර්මාණය
ආර්. එම්. රජිත සම්පත් - පරිගණක සහායක, අධ්‍යාපන ප්‍රකාශන දෙපාර්තමේන්තුව

පටුන

සම්පාදක මණ්ඩල සටහන

2015 වර්ෂයේ සිට ක්‍රියාත්මක වන නව විෂය නිර්දේශයට අනුකූලව මෙම පෙළපොත රචනා කර ඇත.

පෙළපොත සම්පාදනය කෙරෙන්නේ සිසුන් වෙනුවෙනි. එබැවින්, ඔබට තනිව කියවා වුව ද තේරුම් ගත හැකි පරිදි සරල ව සහ විස්තරාත්මක ව එය රචනා කිරීමට උත්සාහ ගත්තෙමු.

විෂය සංකල්ප ආකර්ශනීය අන්දමින් ඉදිරිපත් කිරීම සහ තහවුරු කිරීම සඳහා, විස්තර කිරීම්, ක්‍රියාකාරකම්, සහ නිදසුන් වැනි විවිධ ක්‍රම අනුගමනය කළෙමු. තව ද, අභ්‍යාස කිරීමේ රුචිකත්වය වර්ධනය වන පරිදි ඒවා සරල සිට සංකීර්ණ දක්වා අනුපිළිවෙළින් පෙළ ගස්වා තිබේ.

ගණිත විෂයයට අදාළ සංකල්ප දැක්වෙන පද, රාජ්‍ය භාෂා දෙපාර්තමේන්තුව සම්පාදනය කරන ගණිතය පාරිභාෂික පදමාලාවට අනුකූලව භාවිත කළෙමු.

විෂය නිර්දේශයේ 9 ශ්‍රේණියට අදාළ විෂය කොටස් ඉගෙන ගැනීමට මින් පෙර ශ්‍රේණිවල දී ඔබ උගත් යම් යම් විෂය කරුණු අවශ්‍ය වේ. එබැවින් එම පෙර දැනුම සිහි කිරීම පිණිස පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාස සෑම පරිච්ඡේදයකම ආරම්භයේ දැක්වෙයි. ඒවා මගින් 9 ශ්‍රේණියට අදාළ විෂය කොටස් සඳහා ඔබව සූදානම් කෙරෙනු ඇත.

පන්තියේ දී ගුරුවරයා විසින් ඉගැන්වීමට පෙර, ඔබ මේ පරිච්ඡේද කියවීමෙන් සහ ඒ ඒ පර්ච්ඡේදයේ එන පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාස කිරීමෙන්, මේ පොත භාවිතයෙන් උපරිම ඵල ලැබිය හැකි ය.

ගණිත අධ්‍යාපනය ප්‍රීතිමත් සහ ඵලදායක වන්නැයි අපි ප්‍රාර්ථනා කරමු.

සම්පාදක මණ්ඩලය

21 අසමානතා

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,
- $x \pm a \gtreqless b$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීමට
- $ax \gtreqless b$ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීමට
- අසමානතාවක නිඛිලමය විසඳුම් සෙවීමට
- අසමානතාවක විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කිරීමට

හැකියාව ලැබේ.

ශ්‍රී ලංකාවේ ජ්‍යෙෂ්ඨ පුරවැසියකු යනු වයස අවුරුදු 55 හෝ අවුරුදු 55 ඉක්මවූ අයකු ලෙස පිළිගැනේ. ඒ අනුව ජ්‍යෙෂ්ඨ පුරවැසියකුගේ වයස t මගින් දැක්වූ විට $t \geq 55$ ලෙස මෙය අසමානතාවකින් දැක්විය හැකි වේ. මින් අදහස් වනුයේ t හි අගය සෑම විට ම 55 හෝ 55ට වඩා විශාල විය යුතු බවයි.

මෙවැනි අසමානතා පිළිබඳව 8 ශ්‍රේණියේ දී උගත් කරුණු සිහිපත් කර ගනිමු.

$x > 3$ යනු අසමානතාවකි. එහි අදහස xට ගත හැකි අගයයන් 3ට වඩා විශාල වන බවයි. එහෙත් $x \geq 3$ ලෙස දැක්වූව හොත් ඉන් අදහස් වන්නේ xට ගත හැකි අගයයන් 3ට සමාන හෝ 3ට වඩා විශාල හෝ වන බවයි.

එසේ ම, $x < 3$ යන්නෙන් xට ගත හැකි අගයන් 3ට වඩා අඩු වන බවත්, $x \leq 3$ යන්නෙන් xට ගත හැකි අගයයන් 3ට සමාන හෝ ඊට අඩු වන බවත් දැක්වේ.

නිදසුනක් ලෙස, $x > 3$ අසමානතාවේ විසඳුම් කුලකය වන්නේ 3ට වැඩි සියලු සංඛ්‍යා කුලකයයි. එම අසමානතාවේ නිඛිල විසඳුම් කුලකය වන්නේ $\{4, 5, 6, \ldots\}$ කුලකයයි.

විසඳුම් සියල්ල කුලකයක් ලෙස දැක්වීම ගණිතයේ දී වැදගත් වුවත් නිඛිල විසඳුම් දැක්වීමේ දී එම විසඳුම් පමණක් ලියා දැක්විය හැකි ය.

නිදසුනක් ලෙස, ඉහත $x > 3$ අසමානතාවේ නිඛිල විසඳුම් 4, 5, 6, ... ලෙස ලියා දැක්විය හැකි ය.

විජීය පදයක් අඩංගු අසමානතාවක විජීය පදයට ගත හැකි සියලු අගයයන් හෝ එම අගයයන් අයත් වන කුලකය එම අසමානතාවේ විසඳුම් කුලකය ලෙස හැඳින්වේ.

අසමානතාවක විසඳුම් කුලකය හා එම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන ආකාරය පිළිබඳව මීට පෙර උගත් කරුණු පහත දැක්වෙන නිදසුන් මගින් නැවත සිහිපත් කර ගනිමු.

නිදසුන 1

$x > 3$ අසමානතාව සඳහා

i. **නිඛිලමය විසඳුම් කුලකය ලියන්න.**

ii. **නිඛිලමය විසඳුම්** සංඛ්‍යා රේඛාවක දක්වන්න.

i. $\{4, 5, 6, 7, 8, ...\}$

ii.



නිදසුන 2

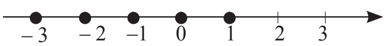
$x \leq 1$ අසමානතාව සඳහා

i. **නිඛිලමය විසඳුම් කුලකය ලියන්න.**

ii. **නිඛිලමය විසඳුම් කුලකය** සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වන්න.

(i) $\{..., -3, -2, -1, 0, 1\}$

(ii)



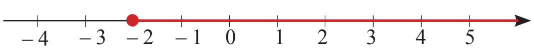
නිදසුන 3

$x > -3\frac{1}{2}$ අසමානතාවේ **විසඳුම් කුලකය** සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.



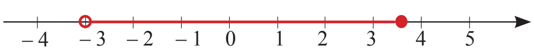
නිදසුන 4

$x \geq -2$ අසමානතාවේ **විසඳුම් කුලකය** සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.



නිදසුන 5

$-3 < x \leq 3\frac{1}{2}$ අසමානතාවේ **විසඳුම් කුලකය** සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.



පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

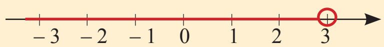
1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාවෙහි **නිඛිලමය විසඳුම් කුලකය** සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත ලකුණු කරන්න.

i. $x > 2$ **ii.** $x \geq -1$ **iii.** $x < 4$ **iv.** $x \leq -2.5$ **v.** $x > 1\frac{1}{2}$

2. එක් එක් සංඛ්‍යා රේඛාව මත නිරූපණය කර ඇති විසඳුම සහිත අසමානතාව ලියා දක්වන්න.

i.


ii.


iii.


iv.


3. පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාවේ විසඳුම් කුලකය සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කරන්න.

i. $-1 < x < 2$ **ii.** $-2 \leq x < 3$ **iii.** $-3 < x \leq 1$

21.1 $x \pm a \gtrless b$ ආකාරයේ අසමානතා

පාලමක් අසල ඇති පුවරුවක මෙසේ දැක්වේ.

"මෙම පාලමට දැරිය හැක්කේ ටොන් 10ට වඩා අඩු ස්කන්ධයකි"

මෙම පාලමෙන් එගොඩ වීම සඳහා ටොන් 4ක ස්කන්ධයක් සහිත ලොරියක් කිසියම් ස්කන්ධයකින් යුත් බඩු ද පටවාගෙන පැමිණේ යැයි සිතමු. ලොරියේ ඇති බඩුවල ස්කන්ධය ටොන් x ලෙස ගත් විට $x + 4 < 10$ නම් ලොරියට ආරක්ෂා සහිත ව පාලමෙන් එතෙර විය හැකි ය. වෙනත් අයුරකින් පවසතොත්, ලොරියට ආරක්ෂා සහිත ව පාලමෙන් එතෙර වීම සඳහා, ලොරියේ ඇති බඩුවල ස්කන්ධය ටොන් x වන විට, $x + 4 < 10$ අසමානතාව තෘප්ත විය යුතු ය.

$x + 4 < 10$ අසමානතාව විසඳා මෙම පාලම මතින් ලොරියේ ගෙන යා හැකි බඩුවල ස්කන්ධය සෙවිය හැකි වේ.

අසමානතාවක් විසඳීම යන්නෙන් අදහස් වන්නේ අසමානතා ලකුණේ එක් පසෙක x (හෝ දී ඇති විචල්‍යය) පමණක් ඇති පරිදි තුල්‍ය අසමානතාවක් ලබා ගැනීමයි.

අසමානතා විසඳීමේ දී සමීකරණ විසඳූ පිළිවෙළ ම බොහෝ දුරට අනුගමනය කළ හැකි ය.

නිදසුනක් ලෙස, ඉහත $x + 4 < 10$ අසමානතාවෙහි දෙපසින් ම 4ක් අඩු කළ හැකි ය. ඒ අනුව,

$$x + 4 - 4 < 10 - 4$$

මෙය සුළු කළ විට,

$$x < 6$$

ලැබේ. එනම්, බඩුවල ස්කන්ධය ටොන් 6ට වඩා අඩු විය යුතු ය.

නිදසුන 1

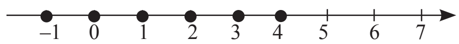
$x + 2 < 7$ අසමානතාව විසඳා, **නිඛිලමය විසඳුම්** සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කරන්න.

$x + 2 < 7$

$x + 2 - 2 < 7 - 2$ (දෙපසින් ම 2ක් අඩු කළ විට)

$\underline{\underline{x < 5}}$

x හි නිඛිලමය විසඳුම් කිහිපයක්



නිදසුන 2

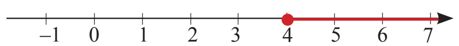
$x - 3 \geq 1$ අසමානතාව විසඳා **විසඳුම්** සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කරන්න.

$x - 3 \geq 1$

$x - 3 + 3 \geq 1 + 3$ (දෙපසට ම 3ක් එකතු කළ විට)

$\underline{\underline{x \geq 4}}$

දැන් මෙම විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත දක්වමු.



මෙහි දී 4ට වැඩි හෝ සමාන සියලු විසඳුම් දක්වා ඇත. එම විසඳුම්වලට, නිඛිල විසඳුම් පමණක් නොව 4.5, 5.02 ආදි අගයන් ද ඇතුළත් වන බව සිහි තබා ගැනීම වැදගත් ය.

නිදසුන 3

බෑගයකට දැමිය හැකි උපරිම ස්කන්ධය කිලෝග්‍රෑම් 6කි. නිමල් කිලෝග්‍රෑම් 1 බැගින් වූ සහල් පැකට් x ප්‍රමාණයක් ද කිලෝග්‍රෑම් 1ක් බැගින් වූ සීනි පැකට් 2ක් ද බෑගයට දමන ලදී. මෙම තොරතුරු, $x + 2 \leq 6$ අසමානතාව මගින් දැක්විය හැකි ය.

i. මෙම අසමානතාව විසඳන්න.
ii. නිමල්ට බෑගයට දැමිය හැකි උපරිම සහල් පැකට් ගණන කොපමණ ද?

i. $x + 2 \leq 6$

$x + 2 - 2 \leq 6 - 2$

$\underline{\underline{x \leq 4}}$

ii. බෑගයට දැමිය හැකි උපරිම සහල් පැකට් ගණන 4කි.

21.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාව විසඳා, නිඛිලමය විසඳුම් කුලකය ලියන්න.

i. $x + 3 > 5$ **ii.** $x - 4 < 1$ **iii.** $x - 7 \geq - 6$ **iv.** $2 + x \leq - 4$
v. $7 + x > 5$

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාව විසඳා, **විසඳුම් කුලකය** සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

i. $x + 1 > 3$ **ii.** $x - 3 \leq 1$ **iii.** $6 + x \geq 2$ **iv.** $x - 7 < - 7$
v. $x + 5 > - 1$

3. සකිඳු ළඟ රුපියල් 60ක් ඇත. ඔහු, මිල රුපියල් x වන පොතක් හා මිල රුපියල් 10ක් වන පෑනක් මිල දී ගනී. ඔහු ගත් ද්‍රව්‍යවල වටිනාකම අසමානතාවක් ඇසුරෙන් $x + 10 \leq 60$ ලෙස දැක්විය හැකි ය. එම අසමානතාව විසඳා පොතක උපරිම මිල කොපමණ වේ දැයි සොයන්න.

4. වෑන් රථයක යා හැකි උපරිම මිනිසුන් ගණන 15කි. එක් ස්ථානයකින් මිනිසුන් තුන්දෙනෙක් ද තවත් ස්ථානයකින් මිනිසුන් x ප්‍රමාණයක් ද වෑන් රථයට නගියි නම් එම තොරතුරු $x + 3 \leq 15$ අසමානතාව මගින් දැක්විය හැකි ය.

i. මෙම අසමානතාව විසඳන්න.
ii. දෙවන ස්ථානයෙන් වෑන් රථයට නැගිය හැකි උපරිම මිනිසුන් ගණන කොපමණ ද?

5. ගිත්මි හා නෙත්මිගේ වයස්වල එකතුව අවුරුදු 30ට වැඩි නොවේ. ගිත්මිගේ වයස අවුරුදු 14කි. නෙත්මිගේ වයස x ලෙස ගත් විට ඉහත තොරතුරු $x + 14 \leq 30$ අසමානතාව මගින් දැක්විය හැකි ය. මෙම අසමානතාව විසඳා නෙත්මිගේ උපරිම වයස විය හැක්කේ අවුරුදු කොපමණදැයි සොයන්න.

21.2 $ax \gtrless b$ ආකාරයේ අසමානතා

එක ම වර්ගයේ පොත් දෙකක මිල රුපියල් 40කට වඩා වැඩි වේ. පොතක මිල රුපියල් x ලෙස ගත් විට x සම්බන්ධ කර අසමානතාවක් $2x > 40$ ආකාරයට ලිවිය හැකි වේ. එම අසමානතාව විසඳා පොතක මිල සඳහා විය හැකි අගයන් සෙවිය හැකි වේ.

මේ ආකාරයේ අසමානතා විසඳීමේ දී අප අසමානතා පිළිබඳව දැන ගත යුතු විශේෂ ලක්ෂණ කිහිපයක් ඇත.

මුලින් ම ඒවා පිළිබඳ විමසා බලමු.

පහත සඳහන් අසමානතා සලකන්න.

i. $3 < 4$ අසමානතාව සත්‍ය වේ.
$2 \times 3 < 2 \times 4$ (දෙපස ම 2න් ගුණ කිරීමෙන්)
$6 < 8$ අසමානතාව සත්‍ය වේ.

ii. $8 > 6$ අසමානතාව සත්‍ය වේ.

$\frac{8}{2} > \frac{6}{2}$ (දෙපස ම 2න් බෙදීමෙන්)

$4 > 3$ අසමානතාව සත්‍ය වේ.

අසමානතාවය දෙපස ම එක ම ධන සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමෙන් හෝ බෙදීමෙන් අසමානතාව වෙනස් නොවේ.

iii. $2 < 3$ අසමානතාව සත්‍ය වේ.

$2 \times -2 < 3 \times -2$ (දෙපස ම -2න් ගුණ කිරීමෙන්)

එවිට, $-4 < -6$ ලෙස ලැබෙන අතර එය වැරදි ය. නමුත් $-4 > -6$ යන්න නිවැරදි ය.

iv. $9 > 6$ අසමානතාව සත්‍ය වේ.

$\frac{9}{-3} > \frac{6}{-3}$ (දෙපස ම -3න් බෙදීමෙන්)

එවිට, $-3 > -2$ ලෙස ලැබෙන අතර එය වැරදි ය. නමුත් $-3 < -2$ යන්න නිවැරදි ය.

අසමානතාවක දෙපස එක ම ඍණ සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමෙන් හෝ බෙදීමෙන් අසමානතාව වෙනස් වේ. එනම්, $>$ ලකුණ $<$ ලකුණ බවටත්, $\geqslant$ ලකුණු $\leqslant$ ලකුණ බවටත් ආදී වශයෙන් වෙනස් වේ.

මෙම කරුණු සැලකිල්ලට ගෙන ඉහත ආකාරයේ අසමානතාවක් විසඳන ආකාරය පහත නිදසුන් මගින් පැහැදිලි කර ගනිමු.

නිදසුන 1

$2x < 12$ අසමානතාව විසඳා **විසඳුම්** සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කරන්න.

$2x < 12$

$\frac{2x}{2} < \frac{12}{2}$ (දෙපස ම 2න් බෙදීමෙන්)

$x < 6$



නිදසුන 2

$3x \geq 12$ අසමානතාව විසඳන්න.

$$3x \geq 12$$

$$\frac{3x}{3} \geq \frac{12}{3}$$

$$\underline{\underline{x \geq 4}}$$

නිදසුන 3

$-5x \leq 15$ අසමානතාව විසඳන්න.

$$-5x \leq 15$$

$$\frac{-5x}{-5} \geq \frac{15}{-5}$$ (ඍණ සංඛ්‍යාවකින් බෙදීමේ දී අසමානතාව වෙනස් වේ)

$$\underline{\underline{x \geq -3}}$$

නිදසුන 4

$\frac{x}{3} < 2$ අසමානතාව විසඳන්න.

$$\frac{x}{3} \times 3 < 2 \times 3$$ (දෙපස ම 3න් ගුණ කිරීම)

$$\underline{\underline{x < 6}}$$

නිදසුන 5

$-\frac{2x}{5} > 6$ අසමානතාව විසඳන්න.

$$-\frac{2x}{5} > 6$$

$$-\frac{2x}{5} \times 5 > 6 \times 5$$ (දෙපස ම 5න් ගුණ කිරීම)

$$-2x > 30$$

$$\frac{-2x}{-2} < \frac{30}{-2}$$ (දෙපස ම -2න් බෙදීමේ දී අසමානතාව වෙනස් වේ.)

$$\underline{\underline{x < -15}}$$

21.2 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාව විසඳා, **නිඛිලමය විසඳුම්** ලියන්න.

i. $2x > 6$ **ii.** $3x \leq 12$ **iii.** $-5x \geq 10$ **iv.** $-7x < -35$

v. $-2x > -5$ **vi.** $\frac{x}{2} \leq 1$ **vii.** $\frac{x}{4} \geq -2$ **viii.** $-\frac{2x}{3} < 4$

2. පහත දැක්වෙන එක් එක් අසමානතාව විසඳා **විසඳුම්** සංඛ්‍යා රේඛාවක නිරූපණය කරන්න.

i. $4x > 8$ **ii.** $7x \leq 21$ **iii.** $-3x \geq 3$ **iv.** $-2x < -6$

v. $\frac{x}{3} \geq 1$ **vi.** $\frac{x}{6} < -\frac{1}{6}$ **vii.** $\frac{2x}{3} \geq 4$ **viii.** $-\frac{3x}{5} < -\frac{1}{6}$

3. අඹ ගෙඩි 2ක මිල රුපියල් 50කට වඩා අඩු හෝ සමාන වේ. අඹ ගෙඩි 1ක මිල රුපියල් x නම් මෙම තොරතුරු $2x \leq 50$ අසමානතාව මගින් දැක්විය හැකි ය. මෙම අසමානතාව විසඳා අඹ ගෙඩියක උපරිම මිල කොපමණදැයි සොයන්න.

4. විදුලි සෝපානයකට ගෙන යා හැකි උපරිම ස්කන්ධය කිලෝග්‍රෑම් 560කි. x kg බැගින් වූ මිනිසුන් 8 දෙනෙක් විදුලි සෝපානයෙන් ඉහළට ගෙන යන ලදී. එම තොරතුරු $8x \leq 560$ අසමානතාව මගින් දැක්විය හැකි ය. එය විසඳීමෙන් එහි ගිය මිනිසකුගේ උපරිම ස්කන්ධය කොපමණ විය හැකි දැයි සොයන්න.

5.

a. තමා ළඟ ඇති මුදල අෂාන් ළඟ ඇති මුදල මෙන් සිව් ගුණයකට වඩා අඩු බව මහේෂ් පවසයි. මහේෂ් ළඟ රුපියල් 68ක් තිබේ. අෂාන් ළඟ ඇති මුදල රුපියල් x ලෙස ගත් විට $4x > 68$ අසමානතාවෙන් එම තොරතුරු දැක්විය හැකි ය. මෙම අසමානතාව විසඳන්න.

b. අෂාන් ළඟ ඇත්තේ රුපියල් 5 කාසි පමණක් නම් ඔහු ළඟ තිබිය හැකි අවම මුදල සොයන්න.

සාරාංශය

- අසමානතාව දෙපස ම එක ම ධන සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමෙන් හෝ බෙදීමෙන් අසමානතාව වෙනස් නොවේ.
- අසමානතාවක දෙපස එක ම ඍණ සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමෙන් හෝ බෙදීමෙන් අසමානතාව වෙනස් වේ. එනම්, $>$ ලකුණ $<$ ලකුණ බවටත්, $\geqslant$ ලකුණු $\leqslant$ ලකුණ බවටත් ආදි වශයෙන් වෙනස් වේ.

22 කුලක

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට,

- පරිමිත කුලක හා අපරිමිත කුලක හඳුනා ගැනීමට
- දෙන ලද කුලකයක උපකුලක ලියා දැක්වීමට
- තුල්‍ය කුලක, සම කුලක, වියුක්ත කුලක හා සර්වත්‍ර කුලක හඳුනා ගැනීමට
- කුලක දෙකක ඡේදනය හා කුලක දෙකක මේලය හඳුනා ගැනීමට
- කුලක අනුපූරකය හඳුනා ගැනීමට
- වෙන් රූපසටහන් මගින් කුලක නිරූපණය කිරීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

කුලක හැඳින්වීම

නිශ්චිතව ම හඳුනා ගත හැකි දෑවලින් යුත් එකතුවක් **කුලකයක්** ලෙස හැඳින්වෙන බව මීට පෙර ඔබ උගෙන ඇත. කුලකයකට අයත් දෑ එම කුලකයේ **අවයව** ලෙස හැඳින්වේ. අවයව විස්තර කිරීම සඳහා සඟළ වරහන යොදා ගැනේ. a යනු A කුලකයෙහි අවයවයක් නම් ඒ බව $a \in A$ ලෙස ලියා දක්වනු ලැබේ. තව ද A කුලකයෙහි ඇති අවයව සංඛ්‍යාව $n(A)$ මගින් අංකනය කෙරේ.

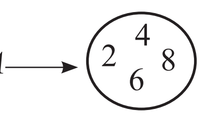
මීට පෙර උගත් කරුණු අනුව කිසියම් කුලකයක් නිරූපණය කළ හැකි ආකාර කීපයක් සිහිපත් කරගනිමු.

1. නිශ්චිතව හඳුනා ගත හැකි පොදු ලක්ෂණයක් මගින් විස්තර කිරීම.
2. අවයව සඟළ වරහන් තුළ ලියා දැක්වීම.
3. වෙන් රූපසටහන් මගින් නිරූපණය කිරීම.

නිදසුනක් ලෙස 0ත් 10ත් අතර ඉරට්ට සංඛ්‍යා සියල්ල ඉහත ආකාර තුනෙන් දැක්විය හැකි අයුරු පිළිවෙළින් සලකා බලමු. මෙම කුලකය A ලෙස නම් කරමු. එවිට

1. A = {0ත් 10ත් අතර ඉරට්ට සංඛ්‍යා}

2. $A = \{2, 4, 6, 8\}$

3. A


අවයව කිසිවක් නොමැති කුලකය **අභිශූන්‍ය කුලකය** යනුවෙන් හැඳින්වේ. අභිශූන්‍ය කුලකයක $\{\}$ හෝ $\emptyset$ හෝ මගින් අංකනය කෙරේ. අභිශූන්‍ය කුලකයක අවයව ගණන 0 ලෙස සලකනු ලැබේ. එනම්, $n(A) = 0$.

නිදසුනක් ලෙස,

$P = \{$5ත් 10ත් අතර ඉරට්ට ප්‍රථමක සංඛ්‍යා$\}$ නම්,

5ත් 10ත් අතර ඉරට්ට ප්‍රථමක සංඛ්‍යා නොමැති බැවින් $P = \emptyset$ ද එබැවින් $n(P) = 0$ ද වේ.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් එක් එක් එකතුව කුලකයක් දැයි නිර්ණය කරන්න.

i. 0ත් 30ත් අතර හතරේ ගුණාකාර
ii. ශ්‍රී ලංකාවේ දිස්ත්‍රික්ක
iii. ගණිතයට දක්ෂ සිසුවෝ
iv. ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යා
v. විශාල ම නිඛිල 10

2. පහත සඳහන් එක් එක් කුලකය අවයව සහිතව ලියා, එහි අවයව ගණන ලියා දක්වන්න.

i. $A = \{$0 සිට 20 තෙක් 5 ගුණාකාර$\}$;

ii. $B = \{$"RECONCILLIATION" වචනය සෑදී ඇති අකුරු$\}$;

iii. $C = \{$2ත් 13ත් අතර ප්‍රථමක සංඛ්‍යා$\}$;

iv. $D = \{$0ත් 20ත් අතර ඇති ප්‍රථමක සංඛ්‍යා දෙකක ගුණිතයක් ලෙස ලිවිය හැකි නිඛිල$\}$;

3. $D = \{$5ත් 10ත් අතර පූර්ණ සංඛ්‍යා$\}$. මෙම කුලකයට අනුව,

i. Dහි අවයව ලියා දක්වන්න.
ii. $n(D)$ සොයන්න.

4. අභිශූන්‍ය කුලකය ලැබෙන කුලක තුනක් ඉහත හඳුන්වා දුන් පළමු ආකාරයෙන් (එනම්, විශේෂ ලක්ෂණයක් සහිතව) ලියා දක්වන්න.

22.1 පරිමිත කුලක, අපරිමිත කුලක, සමකුලක හා තුල්‍ය කුලක

පරිමිත කුලක හා අපරිමිත කුලක

අවයව නිශ්චිතව ම හඳුනාගත හැකි පොදු ලක්ෂණයක් මගින් ලියා දක්වා ඇති කුලක දෙකක් පහත දැක්වේ.

A = {0ත් 20ත් අතර 3 ගුණාකාර}
B = {5 ගුණාකාර}
මෙම එක් එක් කුලකයේ අවයව සඟළ වරහන් තුළ ලියමු.

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ $\qquad$ $B = \{5, 10, 15, 20, ...\}$

ඉහත දැක්වෙන A කුලකයේ අවයව සංඛ්‍යාව 6කි. එනම් එහි අවයව ගණන නිශ්චිත සංඛ්‍යාවකින් ප්‍රකාශ කළ හැකි වේ. අවයව සංඛ්‍යාව නිශ්චිතව ප්‍රකාශ කළ හැකි (එනම්, අවයව පරිමිත ගණනක් සහිත) මෙවැනි කුලක, **පරිමිත කුලක** ලෙස හැඳින්වේ.

ඉහත B කුලකයේ අවයව සංඛ්‍යා නිශ්චිතව ප්‍රකාශ කළ නොහැකි ය. එනම් එහි අවයව ගණන අසීමිත වේ. B කුලකයේ අවයව ලිවීමේ දී අගට තිත් තුනක් යොදා ඇත්තේ අවයව අසීමිත බව දැක්වීමටයි. අවයව සංඛ්‍යාව අසීමිත වූ එවැනි කුලක, **අපරිමිත කුලක** යනුවෙන් හැඳින්වේ.

නිදසුන 1

පහත සඳහන් එක් එක් කුලකයේ අවයව ලියා, එය පරිමිත කුලකයක් ද අපරිමිත කුලකයක් ද යන්න ලියන්න.

P = {30 ට අඩු වන 6හි ගුණාකාර}
Q = {බහුඅස්‍ර}

$P = \{6, 12, 18, 24\}$ $\quad n(P) = 4$
Q = {ත්‍රිකෝණය, චතුරස්‍රය, පංචාස්‍රය, ෂඩාස්‍රය, ...}

P කුලකයේ අවයව සංඛ්‍යාව පරිමිත බැවින් P කුලකය පරිමිත කුලකයකි. Q කුලකයේ අවයව සංඛ්‍යාව අපරිමිත බැවින් Q කුලකය අපරිමිත කුලකයකි.

සමකුලක

පහත සඳහන් කුලක දෙක සලකන්න.

A = {0ත් 10ත් අතර ඉරට්ට සංඛ්‍යා}

B = {48268 සංඛ්‍යාව සෑදී ඇති ඉලක්කම්}

මෙම කුලක දෙක අවයව සහිතව මෙසේ ලිවිය හැකි ය.

$A = \{2, 4, 6, 8\}$
$B = \{2, 4, 6, 8\}$

ඉහත A හා B කුලක දෙක එකිනෙකට වෙනස් ආකාර දෙකකින් අර්ථ දක්වා තිබුණත් ඒවා අවයව සහිතව ලියූ විට ලැබෙන්නේ එක ම කුලකයයි. මෙවැනි සමාන අවයව ඇති කුලක **සමකුලක** යනුවෙන් හැඳින්වේ. ඒ අනුව ඉහත A හා B යනු සමකුලක දෙකකි. A හා B කුලක දෙක සමාන නම් එය $A = B$ ලෙස ලියා දැක්වේ.

තුල්‍ය කුලක

A සහ B කුලක දෙකේ අවයව ගණන සමාන නම්, එනම් $n(A) = n(B)$ නම්, එවිට A හා B කුලක **තුල්‍ය කුලක** ලෙස හැඳින්වේ.
A හා B තුල්‍ය කුලක වේ නම්, එය $A\sim B$ ලෙස අංකනය කෙරේ.

නිදසුන 2

X = {0ත් 10ත් අතර ඔත්තේ සංඛ්‍යා}
Y = {ඉංග්‍රීසි හෝඩියේ ස්වර අකුරු}

මෙම කුලකවල අවයව ලියා දක්වා, ඒවා තුල්‍ය කුලක බව පෙන්වන්න.

$X = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ $n(X) = 5$
$Y = \{a, e, i, o, u\}$ $n(Y) = 5$

$n(X) = n(Y)$ බැවින් X හා Y කුලක තුල්‍ය වේ.

සටහන:- සෑම සමකුලක යුගලයක් ම තුල්‍ය කුලක වන නමුත් සෑම තුල්‍ය කුලක යුගලයක් ම සමකුලක නොවිය හැකි ය.

22.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දක්වා ඇති කුලකවලින් පරිමිත කුලක හා අපරිමිත කුලක වෙන් කර ලියන්න.

- **i.** A = {0 සිට 50 තෙක් 5 ගුණාකාර}
- **ii.** B = {නිඛිල}
- **iii.** C = {0 හා 1 පමණක් යොදා ගෙන ලිවිය හැකි සංඛ්‍යා}
- **iv.** D = {25265 සංඛ්‍යාව සෑදී ඇති ඉලක්කම්}
- **v.** E = {ප්‍රථමක සංඛ්‍යා නොවන ධන නිඛිල}

2. පහත දක්වා ඇති එක් එක් කුලකය අවයව සහිතව ලියා දක්වා, එනයින් සමකුලක යුගල හා තුල්‍ය කුලක යුගල සියල්ල ලියා දක්වන්න.

P = {10ට අඩු 3හි ධන ගුණාකාර}

Q = {'සවස' වචනය සැදී ඇති අකුරු}
R = {0 සිට 10 තෙක් ඔත්තේ සංඛ්‍යා}
S = {3693 සංඛ්‍යාව සැදී ඇති ඉලක්කම්}
T = {ඉංග්‍රීසි හෝඩියේ ස්වර අකුරු}
V = {'පවන' වචනය සැදී ඇති අකුරු}

3. පරිමිත කුලක සඳහා උදාහරණ 3ක් ලියන්න.

4. අපරිමිත කුලක සඳහා උදාහරණ 3ක් ලියන්න.

5. {2, 3} කුලකය සඳහා තුල්‍ය කුලක තුනක් ලියා දක්වන්න.

22.2 උපකුලක හා සර්වත්‍ර කුලකය

උපකුලක

A හා B කුලක දෙකක් සැලකූ විට, B කුලකයේ සියලු අවයව A කුලකයේ අඩංගු වේ නම් එවිට B කුලකය A කුලකයෙහි **උපකුලකයක්** ලෙස හැඳින්වේ.

නිදසුනක් ලෙස අවයව සහිතව දක්වා ඇති පහත සඳහන් කුලක දෙක සලකමු.

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
$B = \{2, 4, 6\}$

මෙහි B කුලකයේ සියලු අවයව A කුලකයේ අඩංගු වන බැවින් B කුලකය A කුලකයෙහි උපකුලකයන් වේ. එය $B \subset A$ හෝ $A \supset B$ හෝ ලෙස අංකනය කරනු ලැබේ. $B \subset A$ කියවනු ලබන්නේ "B යන්න Aහි උපකුලකයක් වේ" ලෙසයි.

දැන් තවත් C කුලකයක් සලකමු.
$C = \{1, 2, 7\}$ නම්, C කුලකයේ සියලු අවයව A කුලකයේ අඩංගු නොවේ. එමනිසා C කුලකය A කුලකයෙහි උපකුලකයක් නොවේ. එය $C \not\subset A$ ලෙස අංකනය කරනු ලැබේ.

නිදසුන 1

P = {0ත් 20ත් අතර 6හි ගුණාකාර}
Q = {0ත් 20ත් අතර 3හි ගුණාකාර}

මෙම එක් එක් කුලකයේ අවයව ලියා, උපකුලකය තෝරන්න.

$P = \{6, 12, 18\}$
$Q = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

P කුලකයේ සියලු අවයව Q කුලකයේ අඩංගු බැවින් $P \subset Q$ වේ. P උපකුලකයක් ය Q හි.

නිදසුන 2

$X = \{1, 2\}$ හි උපකුලක සියල්ල ලියා දක්වන්න.

$\{1\}$ හා $\{2\}$ මෙහි උපකුලක දෙකක් බව ඉතා පැහැදිලි ය. තව ද, $\{1, 2\}$ කුලකය ද එහි උපකුලකයක් බව නිරීක්ෂණය කරන්න. ඇත්ත වශයෙන් ම, A හා B කුලක දෙකක් සමාන වේ නම් A කුලකය Bහි උපකුලකයක් වන අතර B කුලකය Aහි උපකුලකයක් ද වේ. තව ද අභිශූන්‍ය කුලකය ඕනෑ ම කුලකයක උපකුලකයක් ලෙස සැලකේ.

අභිශූන්‍ය කුලකයත් සම කුලකයත් සලකනු ලබන කුලකයේ උපකුලක ලෙස සලකන බැවින් $\{\ \}$ හා $\{1, 2\}$ ඉහත X කුලකයේ උපකුලකයක් වේ.
මේ අනුව ඉහත Xහි උපකුලක 4ක් ඇති අතර $\{\ \}, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ යන්න එම උපකුලක 4 වේ.

නිදසුන 3

$Y = \{3, 5, 7\}$ කුලකයෙහි උපකුලක සියල්ල ලියා දක්වන්න.

$\{\ \}, \{3\}, \{5\}, \{7\}, \{3, 5\}, \{3, 7\}, \{5, 7\}, \{3, 5, 7\}$
උපකුලක 8ක් ඇත.

සර්වත්‍ර කුලකය

ඔබ පාසලේ සිටින සිසුන් පිළිබඳව කරන අධ්‍යයනයකදී එහි විවිධ උපකුලක සැලකිල්ලට බඳුන් විය හැකි ය. නිදසුන් ලෙස,

{9 ශ්‍රේණියේ සිසුවෝ}
{ශිෂ්‍යාවෝ}
{මෙම වර්ෂයේ අ.පො.ස. (සා.පෙ) විභාගයට පෙනී සිටින සිසුවෝ}

දැක්විය හැකි ය. මෙහි දී, ඉහත සැලකිල්ලට බඳුන් වන අවයව සියල්ල අඩංගු කුලකය වන්නේ ඔබ පාසලේ සිටින සියලු ශිෂ්‍ය ශිෂ්‍යාවන් කුලකයයි. එම කුලකය මෙම අධ්‍යයනයට අදාළ **සර්වත්‍ර කුලකයයි.**

තවත් නිදසුනක් සලකමු. ඉරට්ට සංඛ්‍යා, ඔත්තේ සංඛ්‍යා, ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යා, ප්‍රථමක සංඛ්‍යා ආදිය පිළිබඳ හැදෑරීමේ දී එම කුලක සියල්ල නිඛිල කුලකයේ උපකුලක ලෙස සැලකිය හැකි ය. ඒ අනුව සර්වත්‍ර කුලකය වන්නේ නිඛිල කුලකය යි.

සර්වත්‍ර කුලකය යනු, යම් අවස්ථාවක දී සැලකිල්ලට බඳුන් වන අවයව සියල්ල අඩංගු කුලකය ලෙස හැඳින්විය හැකි ය. සර්වත්‍ර කුලකය ε මගින් සංකේතවත් කරනු ලැබේ.

තවත් නිදසුනක් ලෙස, ඝනකාකාර දාදු කැටයක පැතිවල 1, 2, 3, 4, 5, 6 යන අංක ලියා ඇත. මෙම දාදු කැටය වරක් උඩ දැමීමේ දී ලැබිය හැකි සංඛ්‍යා 1, 2, 3, 4, 5 හෝ 6 වේ. එබැවින් මෙම දාදු කැටය උඩ දැමීමේ දී ලැබෙන ප්‍රතිඵල කුලකය $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ වේ.

මෙම කුලකය දාදු කැටය උඩ දැමීමේ දී ලැබෙන ප්‍රතිඵලවල සර්වත්‍ර කුලකය වේ.

මෙය $\varepsilon = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ලෙස ලියා දැක්විය හැකි ය. මෙම සර්වත්‍ර කුලකයේ උපකුලක කිහිපයක් මෙසේ දැක්විය හැකි ය.

A = {ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීම}　　$A = \{1, 3, 5\}$
B = {4ට වඩා වැඩි අගයක් ලැබීම}　　$B = \{5, 6\}$
C = {ඉරට්ට ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් ලැබීම}　　$C = \{2\}$

නිදසුන 4

$A = \{2, 4, 6, 8\}$ කුලකයට සර්වත්‍ර කුලකයක් ලියන්න.
ε = {1ත් 10ත් අතර සංඛ්‍යා}

22.2 අභ්‍යාසය

1. $A = \{2, 5, 8, 10, 13\}$ කුලකයෙහි උපකුලක 8ක් ලියන්න.

2. පහත දී ඇති එක් එක් ප්‍රකාශනයේ සත්‍ය අසත්‍යතාව නිර්ණය කරන්න.

i. $\{1, 2, 3\} \subset$ {5න් බෙදෙන සංඛ්‍යා}
ii. $\{4, 9, 16\} \subset$ {සමචතුරස්‍ර සංඛ්‍යා}
iii. {සිලින්ඩරය} $\subset$ {බහුඅස්‍ර}
iv. {රතු} $\subset$ {දේදුන්නේ පාට}
v. {$2x - 1 = 7$හි විසඳුම} $\subset$ {ඉරට්ට සංඛ්‍යා}

3. $A = \{a, e, i, o, u\}$ කුලකයට සර්වත්‍ර කුලකයක් ලියන්න.

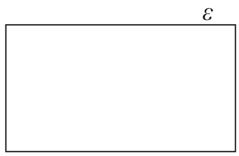
4. පහත දැක්වෙන එක් එක් කොටසේ උපකුලක සමූහය සර්වත්‍ර කුලකයක උපකුලක ලෙස දැක්වේ නම්, ඒ සඳහා සුදුසු සර්වත්‍ර කුලකයක් යෝජනා කරන්න.

i. $\{5, 10, 15, 20, 25\}$, $\{10, 100, 100, ...\}$
ii. {සාක්ෂරතාව 90%ට වඩා වැඩි රටවල්}, {සාගරයකට මායිම් නොවන රටවල්}
iii. {ජනවාරි, මාර්තු, මැයි, අගෝස්තු}, {දින 31 සහිත මාස}, {ඔබ පවුලේ අයකුගේ උපන්දිනය යෙදෙන මාස}

22.3 වෙන් රූපසටහන්

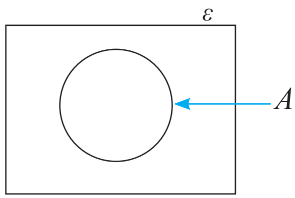
කුලකයක් වෙන් රූපසටහනකින් නිරූපණය කරන ආකාරය මීට පෙර පන්තිවල දී ඔබ උගෙන ඇත. මෙහි දී කුලක සංවෘත රූප මගින් නිරූපණය කෙරේ.

වෙන් රූපසටහන් ඇඳීමේ දී සර්වත්‍ර කුලකය සෘජුකෝණාස්‍රයක් මගින් නිරූපණය කෙරෙන අතර, එය පහත පරිදි වේ.



මෙම සර්වත්‍ර කුලකයෙහි උපකුලක කවාකාර සංවෘත රූප (වෘත්තාකාර, ඉලිප්සාකාර ආදි) මගින් දැක්වේ.

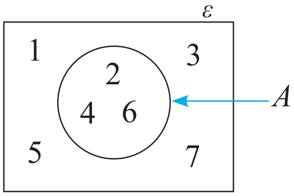
සර්වත්‍ර කුලකය තුළ A නම් කුලකය දැක්වෙන විට එය මෙසේ දක්වමු.



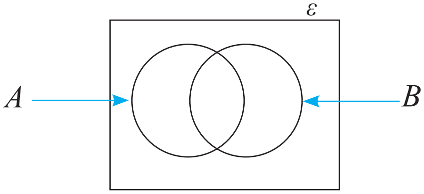
නිදසුන 1

$\varepsilon = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$A = \{2, 4, 6,\}$

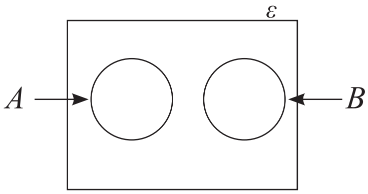
ඉහත කුලක වෙන් රූපසටහනක දක්වන්න.



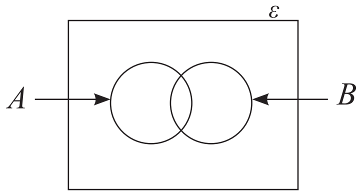
සර්වත්‍ර කුලකය තුළ A හා B උපකුලක 2ක් සාධාරණව නිරූපණය කරන්නේ මෙසේ ය.



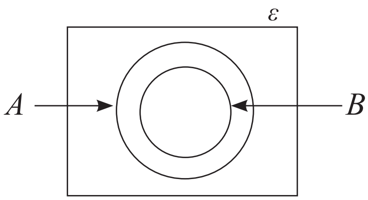
පහත දැක්වෙන්නේ කුලක දෙකක් සර්වත්‍ර කුලකයක් තුළ පිහිටන විශේෂ අවස්ථායි.



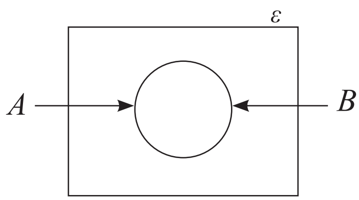
A හා *B* කුලකවලට පොදු අවයව කිසිවක් නැති විට



A හා *B* කුලකවලට පොදු අවයව ඇති විට



B කුලකය *A*හි උපකුලකයක් වන විට



A හා *B* සමකුලක වන විට

මෙම අවස්ථා හතර පිළිබඳව වැඩිදුර කරුණු හා ඒවායේ ප්‍රදේශ පිළිබඳව කුලක ඡේදනය, කුලක මේලය හා වියුක්ත කුලක යටතේ දී ඔබ ඉගෙන ගනු ඇත.

22.4 කුලක ඡේදනය, මේලය හා වියුක්ත කුලක

කුලක ඡේදනය

කුලක දෙකක් හෝ කීපයක් සලකා බැලීමේදී, එම කුලකවල පොදු අවයව සහිත කුලකය එම කුලක දෙකේ **ඡේදන කුලකය** ලෙස හැඳින්වේ. *A* සහ *B* කුලක දෙකක් ගත්විට එහි ඡේදන කුලකය $A \cap B$ ලෙස අංකනය කෙරේ.

නිදසුනක් ලෙස,

පහත සඳහන් කුලක යුගල සලකමු.

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 7\}$
$B = \{2, 5, 6, 7\}$

A සහ *B*හි පොදු අවයව දැක්වෙන කුලකය $\{2, 5, 7\}$ වේ.

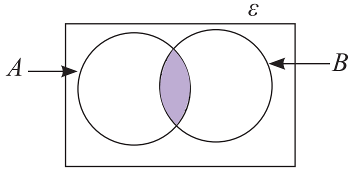
ඒ අනුව *A* සහ *B*හි ඡේදන කුලකය, එනම් $A \cap B = \{2, 5, 7\}$ වේ.

නිදසුන 1

M ={කන්නංගර විද්‍යාලයේ ක්‍රිකට් ක්‍රීඩා කරන සිසුවෝ}
N ={කන්නංගර විද්‍යාලයේ පාපන්දු ක්‍රීඩා කරන සිසුවෝ}
$M \cap N$ මගින් දැක්වෙන කුලකය විස්තර කිරීමක් ලෙස ලියන්න.
$M \cap N$ = {කන්නංගර විද්‍යාලයේ ක්‍රිකට් හා පාපන්දු යන ක්‍රීඩා දෙක ම කරන සිසුවෝ}

දැන් කුලක ඡේදනය වෙන් රූපසටහනක දක්වන අයුරු විමසා බලමු.

A හා B කුලක දෙකට පොදු අවයව ඇතැයි සිතමු. එනම්, A හා B කුලක දෙකට ඡේදනයක් ඇත. එවිට A හා B කුලක දෙකටම අයත් පොදු අවයව දැක්වීමට පොදු පෙදෙසක් තිබිය යුතු ය. ඒ අනුව වෙන් රූපසටහන පහත ආකාර වේ.



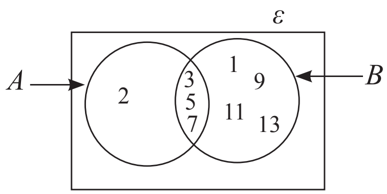
මෙහි අඳුරු කර ඇති පෙදෙස A කුලකයටත් B කුලකයටත් අයත් ය. ඒ අනුව A හා Bහි පොදු අවයව, අඳුරු කර ඇති පොදු පෙදෙසට ඇතුළත් කළ හැකි ය.

ඡේදනයක් සහිත කුලක දෙකක් වෙන් රූපසටහනක නිරූපණය කරන අයුරු පහත නිදසුන මගින් විමසා බලමු.

නිදසුන 2

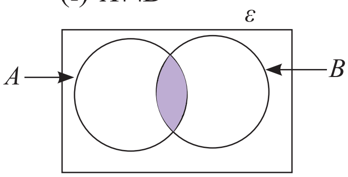
පහත දැක්වෙන කුලක දෙක අවයව සහිතව ලියා ඒවායේ ඡේදන කුලකය ලියා සියලු අවයව වෙන් රූපසටහනක දක්වන්න.

P ={0ත් 10ත් අතර ප්‍රථමක සංඛ්‍යා}
B ={0ත් 15ත් අතර ඔත්තේ සංඛ්‍යා}
$P = \{2, 3, 5, 7\}$
$Q = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$
$\therefore P \cap Q = \{3, 5, 7\}$

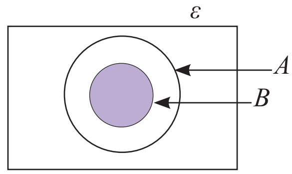


කුලක ඡේදනය වෙන් රූපසටහන් මගින් දක්වන තවත් අවස්ථා කිහිපයක් පහත දැක්වේ.

(i) $A \cap B$

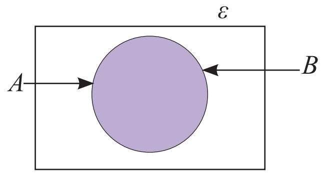


(ii) $B \subset A$ විට $A \cap B$



$B \subset A$ විට $A \cap B = B$

(iii) $A = B$ විට $A \cap B$



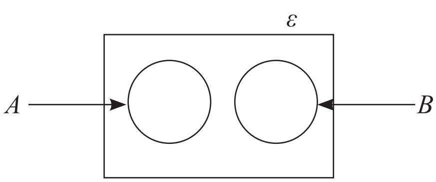
$A = B$ විට $A \cap B = A = B$

කුලක දෙකකට පොදු අවයව නොමැති විට වෙන් රූපසටහනක දක්වන අයුරු විමසා බලමු.

වියුක්ත කුලක

යම් කුලක දෙකකට පොදු අවයව නැති නම්, එම කුලක **වියුක්ත කුලක** ලෙස හැඳින්වේ. වෙනත් අයුරකින් පවසතොත්, A හා B කුලක දෙක සඳහා $A \cap B = \emptyset$ නම් A හා B වියුක්ත කුලක වේ.

වියුක්ත කුලක දෙකක් වෙන් රූපසටහනක පහත සඳහන් ආකාරයට දැක්විය හැකි ය.

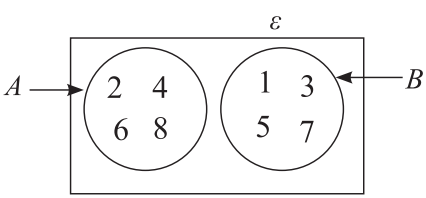


නිදසුනක් ලෙස,

පහත දැක්වෙන කුලක යුගල සලකමු.

$A = \{2, 4, 6, 8\}$
$B = \{1, 3, 5, 7\}$

$A \cap B = \emptyset$ බැවින් A හා B වියුක්ත කුලක වේ.



$A \cap B = \emptyset$

කුලක මේලය

කුලක දෙකක් හෝ කීපයක් විමසා බැලූ විට එම කුලකවල සියලු අවයව සහිත කුලකය එම **කුලකවල මේලය** ලෙස හැඳින්වේ. A සහ B කුලක දෙකක් ගත් විට A හා Bහි මේලය $A \cup B$ ලෙස අංකනය කෙරේ.

නිදසුනක් ලෙස,
පහත සඳහන් කුලක යුගල සලකමු.

$A = \{1, 3, 5, 7, 8\}$
$B = \{2, 3, 4, 6, 7, 8\}$

A හා B කුලකවල මේලය $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ වේ.

ඒ අනුව A හා Bහි මේලය, එනම් $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

නිදසුන 1

P ={0ත් 10ත් අතර ප්‍රථමක සංඛ්‍යා}
P ={0ත් 10ත් අතර ඔත්තේ සංඛ්‍යා}
මෙම කුලක අවයව සහිතව ලියා $P \cup Q$ ද අවයව සහිතව ලියන්න. තව ද, එම කුලකය එහි අවයවවල ලක්ෂණ විදහා දක්වමින් ලියා දක්වන්න.

$P = \{2, 3, 5, 7\}$
$Q = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
$P \cup Q = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$

අවයවවල ලක්ෂණ විදහා දක්වමින් ලියූ විට, $P \cup Q$ ={0ත් 10ත් අතර ඇති ප්‍රථමක හෝ ඔත්තේ හෝ වන සංඛ්‍යා}

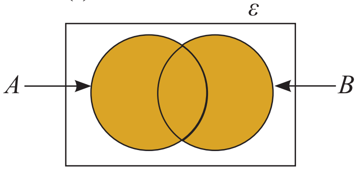
නිදසුන 2

X ={කන්නංගර විදුහලේ ක්‍රිකට් ක්‍රීඩා කරන සිසුවෝ}
Y ={කන්නංගර විදුහලේ පාපන්දු ක්‍රීඩා කරන සිසුවෝ}

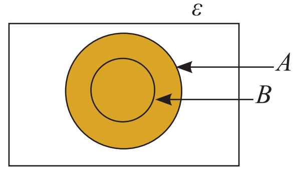
$X \cup Y$ = {කන්නංගර විදුහලේ ක්‍රිකට් හෝ පාපන්දු හෝ ක්‍රීඩා කරන සිසුවෝ}

දැන්, කුලක මේලය වෙන් රූපසටහන් මගින් දැක්වෙන අයුරු සලකා බලමු.

(i) $A \cup B$

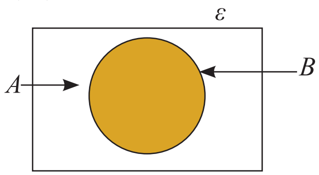


(ii) $B \subset A$ විට $A \cup B$



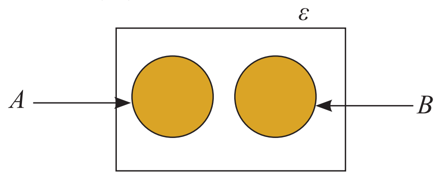
$B \subset A$ විට $A \cup B = A$

(iii) $A = B$ විට $A \cup B$



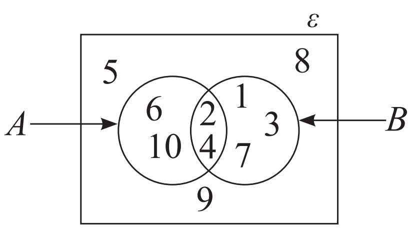
$A = B$ විට $A \cup B = A = B$

(iv) $A \cap B = \emptyset$



නිදසුන 3

පහත වෙන් රූපසටහන අනුව



i. A කුලකය අවයව සහිතව ලියන්න.
ii. B කුලකය අවයව සහිතව ලියන්න.
iii. සර්වත්‍ර කුලකය වන ε අවයව සහිතව ලියන්න.
iv. $A \cap B$ අවයව සහිතව ලියන්න.
v. $A \cup B$ අවයව සහිතව ලියන්න.

i. $A = \{2, 4, 6, 10\}$
ii. $B = \{2, 1, 4, 7, 3\}$
iii. $\varepsilon = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
iv. $A \cap B = \{2, 4\}$
v. $A \cup B = \{6, 10, 2, 4, 1, 3, 7\}$

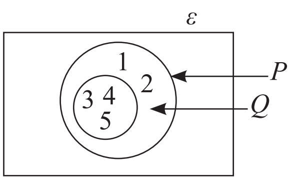
නිදසුන 4

$P = \{1, 2, 3, 4, 5\}$
$Q = \{3, 4, 5\}$

i. ඉහත කුලක වෙන් රූපසටහනක දක්වන්න.
ii. $P \cap Q$ හා $P \cup Q$ කුලක අවයව සහිතව ලියා දක්වන්න.

i. $P \cap Q = \{3, 4, 5\}$
$P \cup Q = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

ii.



22.4 අභ්‍යාසය

1. P, Q හා R කුලක,

$P = \{1, 3, 6, 8, 10, 13\}$
$Q = \{1, 6, 7, 8\}$
$R = \{2, 3, 9, 10, 12\}$

ලෙස අර්ථ දැක්වී ඇත. පහත දැක්වෙන එක් එක් කුලකය අවයව සහිත ව ලියා දක්වන්න.

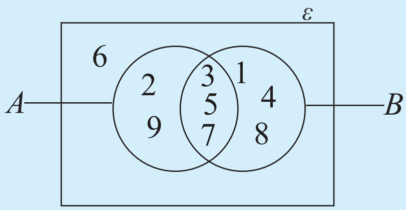
i. $P \cap Q$ **ii.** $P \cap R$ **iii.** $Q \cap R$ **iv.** $P \cup Q$ **v.** $P \cup R$ **vi.** $Q \cup R$

2. $A = \{$1 සිට 12 තෙක් ගණින සංඛ්‍යා$\}$
$B = \{$10ට අඩු ප්‍රථමක සංඛ්‍යා$\}$
$C = \{$12 සාධක$\}$
ලෙස අර්ථ දැක්වේ.

(i) ඉහත එක් එක් කුලකය අවයව සහිතව ලියන්න.
(ii) පහත සඳහන් එක් එක් කුලකය අවයව සහිතව ලියා දක්වන්න.

i. $A \cap B$ **ii.** $A \cap C$ **iii.** $B \cap C$ **iv.** $A \cup B$ **v.** $A \cup C$ **vi.** $B \cup C$

3. පහත දැක්වෙන වෙන් රූපසටහන සලකන්න.



පහත දැක්වෙන එක් එක් කුලකය අවයව සහිතව ලියා දක්වන්න.

i. A
ii. B
iii. $A \cup B$
iv. $A \cap B$

22.5 කුලකයක අනුපූරකය

සර්වත්‍ර කුලකයක ඇති A උපකුලකයක් සලකමු. Aට අයත් නොවන සර්වත්‍ර කුලකය තුළ පිහිටි අවයව සියල්ල අඩංගු කුලකය A කුලකයේ **අනුපූරක කුලකය** ලෙස හැඳින්වේ.

නිදසුනක් ලෙස පහත දැක්වෙන කුලක සලකමු.

$\varepsilon = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
$A = \{2, 4, 6\}$ ලෙස ගත් විට

A කුලකයට අයත් නොවන සර්වත්‍ර කුලකය තුළ ඇති ඉතිරි අවයව කුලකය පහත දැක්වේ.
$\{1, 3, 5, 7\}$
මෙම කුලකය A කුලකයෙහි අනුපූරක කුලකය වේ. A කුලකයේ අනුපූරකය A' මගින් අංකනය කරනු ලැබේ. ඒ අනුව
$A' = \{1, 3, 5, 7\}$ ලෙස ලිවිය හැකි ය.

නිදසුන 1

පහත දැක්වෙන සර්වත්‍ර කුලකය (ε) හා එහි B උපකුලකය සලකා B' කුලකය අවයව සහිතව ලියා දක්වන්න.
$\varepsilon = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35\}$
$B = \{10, 20, 30\}$

$B' = \{5, 15, 25, 35\}$

නිදසුන 2

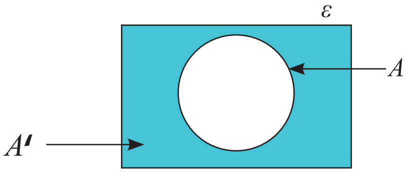
ε ={කුරුල්ලෝ} හා

P ={කූඩු සාදන කුරුල්ලෝ} නම් P' විස්තර කර ලියන්න.

P'= {කූඩු නොසාදන කුරුල්ලෝ}

දැන්, කුලක අනුපූරකය වෙන් රූපසටහන් මගින් දක්වන ආකාරය සලකා බලමු.

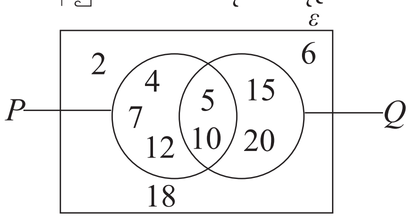
A යනු උපකුලකයක් නම්, එය වෙන් රූපසටහනක මෙසේ දැක්විය හැකි ය.



A' යනු Aට අයත් නොවන සර්වත්‍ර කුලකයෙහි ඉතිරි අවයව බැවින් A කුලකය හැර ඉතිරි පෙදෙස A'ට අයත් වේ.

නිදසුන 3

දී ඇති වෙන් රූපසටහනට අනුව පහත සඳහන් දෑ සොයන්න.



i. P' **iii.** $P \cap Q$

ii. Q' **iv.** $P \cup Q$

i. P' = {2, 6, 15, 18, 20}

ii. Q' = {2, 4, 6, 7, 12, 18}

iii. $P \cap Q$ = {5, 10}

iv. $P \cup Q$ = {4, 5, 7, 12, 15,20,10}

22.5 අභ්‍යාසය

1. ε = {සකිඳු, රවිඳු, සනිඳු, පවිඳු, නිතිඳු}
A = {සකිඳු, පවිඳු}
B = {රවිඳු, සනිඳු, නිතිඳු}
C = {සකිඳු, සනිඳු, පවිඳු}

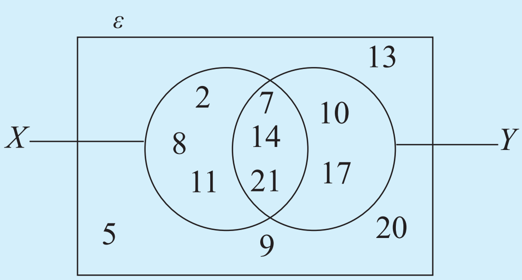
මේ අනුව පහත දැක්වෙන එක් එක් කුලකය අවයව සහිතව ලියා දක්වන්න.

i. A' **ii.** B' **iii.** C'
iv. $A \cap C$ **v.** $(A \cap B)$ **vi.** $(B \cap C)$

2. $\varepsilon = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $P = \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$, $Q = \{2, 4, 5, 7, 8\}$ නම් ε, P සහ Q වෙන් රූපසටහනක දක්වා ඒ ඇසුරෙන් පහත සඳහන් එක් එක් කුලකය අවයව සහිතව ලියා දක්වන්න.

i. P' **ii.** Q' **iii.** $P \cap Q$ **iv.** $P \cup Q$

3. දී ඇති වෙන් සටහන ඇසුරෙන් පහත කුලක අවයව සහිතව ලියන්න.



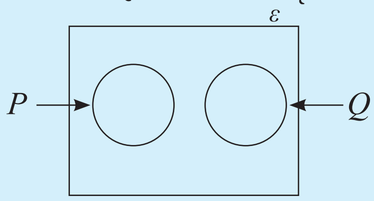
i. X **ii.** Y **iii.** $X \cap Y$ **iv.** $X \cup Y$

v. X' **vi.** Y'

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් තොරතුරු දී ඇති වෙන් රූපසටහනෙහි දක්වන්න.

$\varepsilon = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \}$
$P = \{2, 4, 6\}$
$Q = \{1, 5, 8\}$

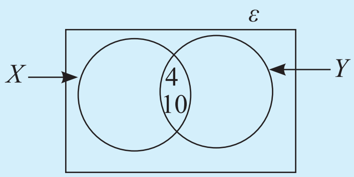


පහත දැක්වෙන කුලක අවයව සහිතව ලියා දක්වන්න.

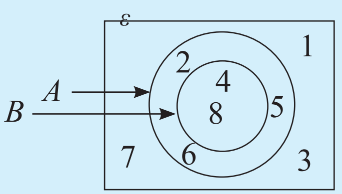
a. $P \cap Q$
b. $P \cup Q$
c. P'
d. Q'

2. පහත දැක්වෙන කුලකවල අවයව දී ඇති වෙන්රූප සටහනේ දක්වන්න.

$\varepsilon = \{2, 3, 4, 5, 7, 8, 10, 12 \}$
$P = \{2, 4, 10\}$
$Q = \{3, 4, 8, 10\}$



3. දී ඇති වෙන් රූපසටහන අනුව පිළිතුරු සපයන්න.



i. පහත දැක්වෙන කුලක අවයව සහිතව ලියා දක්වන්න.

i. A **iv.** $A \cap B$
ii. B **v.** $A \cup B$
iii. ε **vi.** A'

සාරාංශය

- අවයව ගණන නිශ්චිත සංඛ්‍යාවකින් ප්‍රකාශ කළ හැකි කුලක පරිමිත කුලක වේ.
- අවයව ගණන අසීමිත වූ කුලක අපරිමිත කුලක ලෙස හැඳින්වේ.
- සමාන අවයව ඇති කුලක සමකුලක ලෙස හැඳින්වේ.
- අවයව අසමාන වුව ද අවයව ගණන සමාන කුලක තුල්‍ය කුලක ලෙස හැඳින්වේ.
- යම් අවස්ථාවක දී සැලකිල්ලට බඳුන් වන අවයව සියල්ල අඩංගු කුලකය සර්වත්‍ර කුලකය ලෙස හැඳින්වේ.

23 වර්ගඵලය

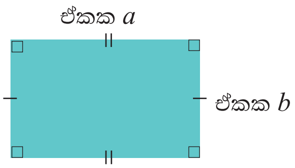
මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය සෙවීමට
- ත්‍රපීසියමක වර්ගඵලය සෙවීමට
- වෘත්තයක වර්ගඵලය සෙවීමට

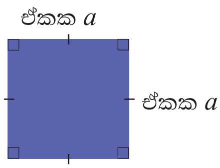
හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

වර්ගඵලය

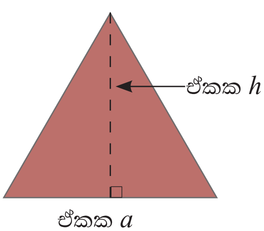
පෘෂ්ඨයක් පැතිරී ඇති ප්‍රමාණය දැක්වෙන රාශියක් ලෙස වර්ගඵලය හැඳින්විය හැකි ය. ඒ අනුව සමචතුරස්‍රාකාර ආස්තරයක, සෘජුකෝණාස්‍රාකාර ආස්තරයක හා ත්‍රිකෝණාකාර ආස්තරයක වර්ගඵලය සෙවීම පිළිබඳව 7 හා 8 ශ්‍රේණිවලදී ඔබ උගෙන ඇත. ඒ පිළිබඳව නැවත සිහිපත් කර ගනිමු.



දිග ඒකක a හා පළල ඒකක b වූ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර ආස්තරයක වර්ගඵලය වර්ග ඒකක A ලෙස ගත් විට $A = a \times b$ වේ.



පැත්තක දිග ඒකක a වූ සමචතුරස්‍රාකාර ආස්තරයක වර්ගඵලය වර්ග ඒකක A ලෙස ගත් විට $A = a^2$ වේ.

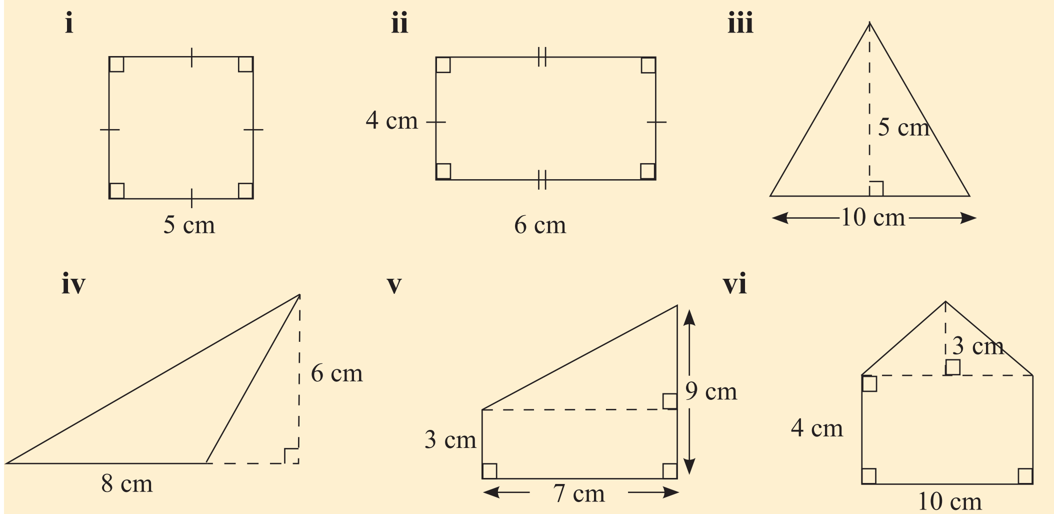


ආධාරක පාදයක දිග ඒකක a වන හා ඊට අනුරූප ලම්බ උස ඒකක h වන ත්‍රිකෝණාකාර ආස්තරයක වර්ගඵලය වර්ග ඒකක A ලෙස ගත් විට $A = \frac{1}{2} \times a \times h$ වේ.

ඔබ උගෙන ඇති මෙම කරුණු තවදුරටත් තහවුරු කර ගැනීම සඳහා පහත දැක්වෙන පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

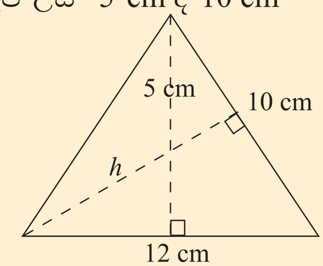
පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් තල රූපයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



2. රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රිකෝණයේ 12 cm ආධාරකයට අනුරූප උස 5 cm ද 10 cm ආධාරකයට අනුරූප උස සෙන්ටිමීටර h ද වේ.

i. ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
ii. hහි අගය සොයන්න.



3. a. පැත්තක දිග 12 cm වූ සමපාද ත්‍රිකෝණාකාර ආස්තරයක පරිමිතිය කොපමණ ද?

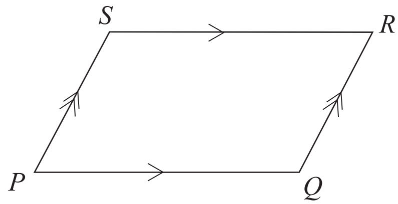
b. එම පරිමිතියට සමාන පරිමිතියක් ඇති සමචතුරස්‍රාකාර ආස්තරයක

i. පැත්තක දිග කොපමණ ද?
ii. සමචතුරස්‍රාකාර ආස්තරයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

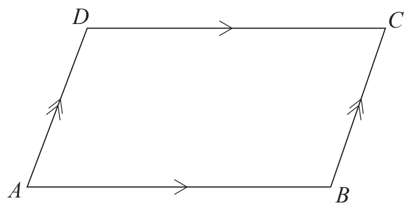
සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය

සම්මුඛ පාද සමාන්තර වූ චතුරස්‍රයක් සමාන්තරාස්‍රයක් ලෙස හැඳින්වේ. තව ද සමාන්තරාස්‍රයක සම්මුඛ පාද සමාන වන බව අපි 8 ශ්‍රේණියේදී උගෙන ඇත්තෙමු.
ඒ අනුව, පහත රූපයේ දැක්වෙන *PQRS* සමාන්තරාස්‍රයේ,

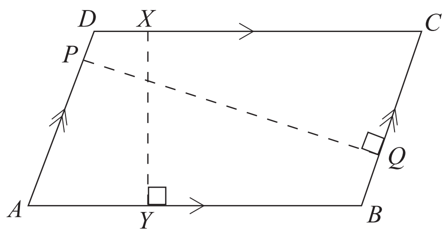
$PQ // SR$ හා $PS // QR$ වේ.
$PQ = SR$ හා $PS = QR$ වේ.



23.1 සමාන්තරාස්‍රයක ආධාරකය හා උස



රූපයේ දැක්වෙන සමාන්තරාස්‍රයේ ඕනෑ ම පාදයක් එහි ආධාරකයක් ලෙස ගත හැකි ය. එක් එක් ආධාරකයට අනුරූපව සමාන්තරාස්‍රයේ උස අර්ථ දැක්වෙන ආකාරය පහත විස්තර කෙරේ.

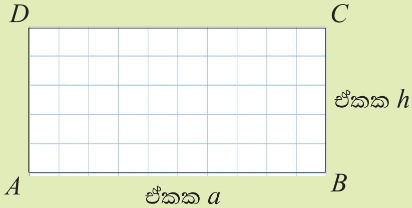


සමාන්තරාස්‍රයේ ආධාරකය *AB* ලෙස ගත් විට *AB* ආධාරකය හා එයට සම්මුඛ පාදය වන *DC* එකිනෙක සමාන්තර වේ. එම රේඛා දෙක අතර ලම්බ දුර රූපයට අනුව *XY* වේ. *XY* යනු *AB* ආධාරකයට අනුරූප ලම්බ උස වේ. තව ද *BC* ආධාරකය ලෙස ගත් විට *BC* හා *AD* සමාන්තර රේඛා අතර ලම්බ දුර, රූපයට අනුව *PQ* වේ. *PQ* යනු *BC* ආධාරකයට අනුරූප ලම්බ උස වේ.

සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩ නගන ආකාරය පහත ක්‍රියාකාරකම ඇසුරෙන් වටහා ගනිමු.

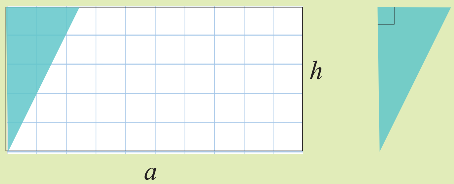
ක්‍රියාකාරකම 1

රූපයේ දැක්වෙන පරිදි කොටුරූල් කඩදාසියක ඍජු කෝණාස්‍රයක් අඳින්න. එහි දිග ඒකක a ලෙස ද පළල ඒකක h ලෙස ද සලකමු.

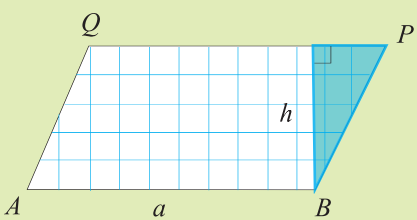


පියවර 2: වෙනත් කොටුරූල් කඩදාසියක ඉහත මිනුම් ම සහිත ඍජුකෝණාස්‍රයක් ඇඳ එය කපා ගන්න.

පියවර 3: කපාගත් ඍජුකෝණාස්‍රය ගෙන රූපයේ දැක්වෙන පරිදි අඳුරු කර ඇති කොටස කපා ඉවත් කර ගන්න.



පියවර 4: කපාගත් ත්‍රිකෝණාකාර කොටස රූපයේ පරිදි පිහිටුවා අභ්‍යාස පොතේ අලවාගෙන සමාන්තරාස්‍රයක් ලබා ගන්න. එය $ABPQ$ ලෙස නම් කරන්න. (විහිත චතුරස්‍ර භාවිතයෙන් සම්මුඛ පාදවල සමාන්තර බව පරීක්ෂා කර $ABPQ$ සමාන්තරාස්‍රයක් බව තහවුරු කර ගන්න).



පියවර 5: මුලින් අඳින ලද ඍජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය a හා h ඇසුරෙන් සොයන්න.

සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය හා මුල් ඍජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය එකිනෙක සමාන බව වටහා ගන්න.

$ABPQ$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ $ABCD$ ඍජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය

$=$ වර්ග ඒකක $a \times h$

මෙහි h යනු AB ආධාරකයට අනුරූප ලම්බ උස බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

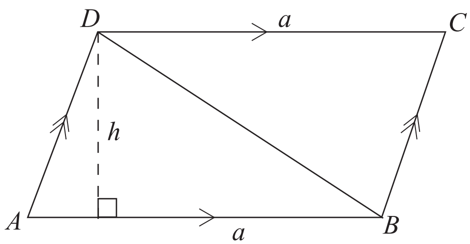
මෙම කරුණු අනුව, සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය සඳහා සූත්‍රයක් මෙලෙස දැක්විය හැකි වේ.

සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය = ආධාරක පාදයේ දිග × ආධාරක පාදයට අනුරූප ලම්බ උස

දැන් සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය සෙවිය හැකි තවත් ක්‍රමයක් විමසා බලමු.

ත්‍රිකෝණයක වර්ගඵලය සෙවීම මගින් ද සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය සෙවිය හැකි ය.

$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ AB ආධාරකයේ දිග ඒකක a ලෙස ද ඊට අනුරූප උස ඒකක h ලෙස ද ගනිමු. DB විකර්ණය මගින් $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රය ABD හා BCD ත්‍රිකෝණ දෙකකට වෙන් වේ.



ABD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times a \times h$

BCD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times DC \times h$

$= \frac{1}{2} \times a \times h$ ($AB = DC$ බැවින්)

$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $=$ ABD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $+$ BCD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය

$$= \frac{1}{2} \times a \times h + \frac{1}{2} \times a \times h$$

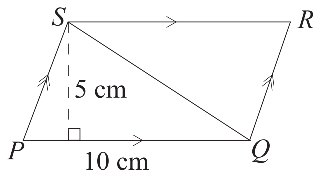
$$= \frac{ah}{2} + \frac{ah}{2} = \frac{2ah}{2}$$

$$= ah$$

$\therefore$ **$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක ah වේ.**

නිදසුන 1

PQRS සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



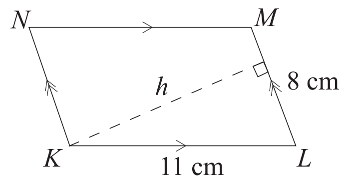
$PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 10 \times 5$

$= 50$

$\therefore$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $50\ \text{cm}^2$ වේ.

නිදසුන 2

KLMN සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $48\ \text{cm}^2$ නම් hහි අගය සොයන්න.



$KLMN$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය $= 48\ \text{cm}^2$

එමනිසා, $8 \times h = 48$

$$h = \frac{48}{8}$$

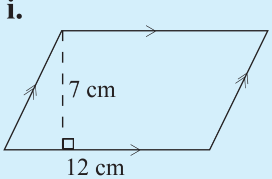
$$h = 6$$

එනම්, $h = 6$ cm වේ.

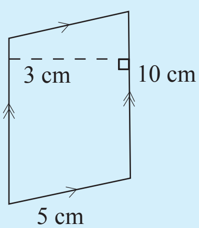
23.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

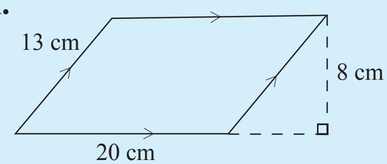
i.



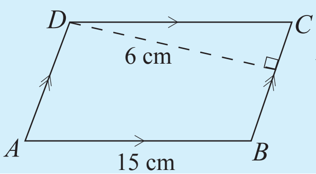
ii.



iii.

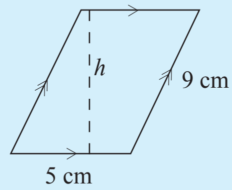


2.

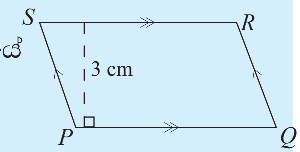


$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ පරිමිතිය 52 cm නම්, සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

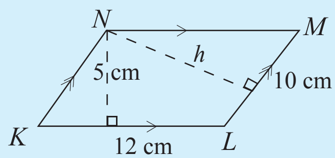
3. දී ඇති සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය 35 cm^2 නම්, hහි අගය සොයන්න.



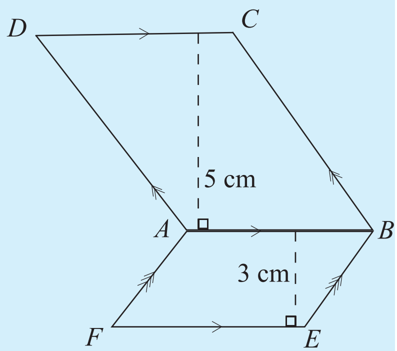
4. $PQRS$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය 105 cm^2 නම් PQ පාදයේ දිග ගණනය කරන්න.



5. i. $KLMN$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.
ii. hහි අගය සොයන්න.

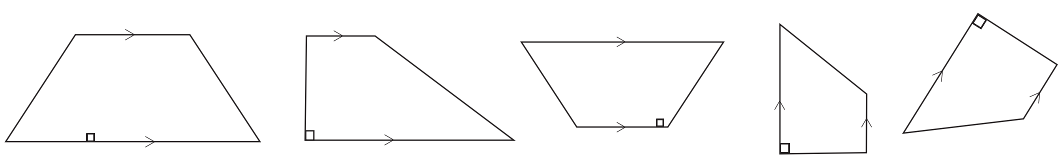


6. $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය 30 cm^2 වේ නම් $ABEF$ සමාන්තරාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.



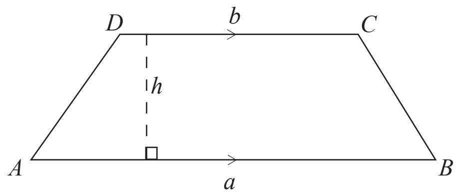
23. 2 ත්‍රපීසියමක වර්ගඵලය

අඩු වශයෙන් සම්මුඛ පාද යුගලයක් වත් සමාන්තර වූ චතුරස්‍රයක් ත්‍රපීසියමක් ලෙස හැඳින්වේ. ත්‍රපීසියමක හැඩ ඇති රූප කීපයක් පහත දැක්වේ.

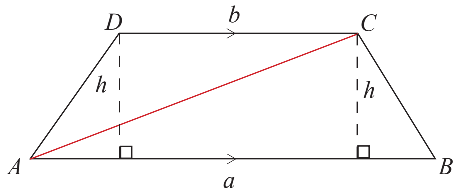


ත්‍රපීසියමක වර්ගඵලය සෙවීම සඳහා සූත්‍රයක් ගොඩනගමු.

පහත රූපයේ දැක්වෙන ත්‍රපීසියමේ AB හා DC පාදවල දිග පිළිවෙළින් ඒකක a හා ඒකක b ලෙස ද එම සමාන්තර පාද දෙක අතර ලම්බ දුර ඒකක h ලෙස ද ගනිමු.



මෙම ත්‍රපීසියමේ AC විකර්ණය ඇඳීමෙන් ලැබෙන ත්‍රිකෝණ දෙකෙහි වර්ගඵල සොයා ඒවා එකතු කිරීමෙන් ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය සොයමු.



ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times AB \times h$

ACD ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times DC \times h$

$ABCD$ ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $= ABC\Delta$ වර්ගඵලය $+ ACD\Delta$ වර්ගඵලය

$$= \frac{1}{2} \times AB \times h + \frac{1}{2} \times DC \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times h \times (AB + DC)$$

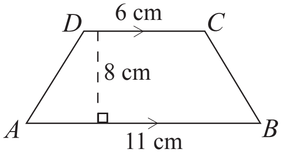
$$= \frac{1}{2} \times (AB + DC) \times h$$

$$= \frac{1}{2} \times (a + b) \times h \text{ වේ.}$$

ත්‍රපීසියමක වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times$ (සමාන්තර පාද දෙකෙහි දිගෙහි එකතුව) $\times$ (සමාන්තර පාද අතර ලම්බ දුර)

නිදසුන 1

ABCD ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය සොයන්න.

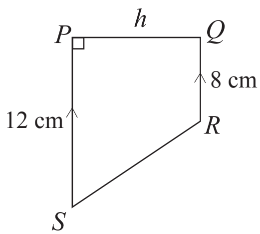


ABCD ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times (11 + 6) \times 8$

$= \frac{1}{\cancel{2}_1} \times 17 \times \cancel{8}^4$

$= \underline{\underline{68 \text{ cm}^2}}$

නිදසුන 2



PQRS ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය 70 cm^2 නම් hහි අගය සොයන්න.

PQRS ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times (12 + 8) \times h$

$= \frac{1}{\cancel{2}_1} \times \cancel{20}^{10} \times h$

වර්ගඵලය වර්ගසෙන්ටිමීටර 70 ලෙස දී ඇති නිසා,

$10\,h = 70$

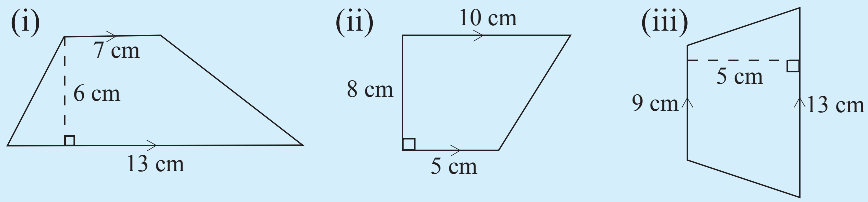
$h = \frac{70}{10}$

$h = 7$

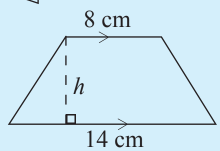
$\therefore\ h = 7$ cm වේ.

23.2 අභ්‍යාසය

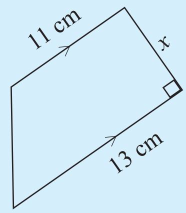
1. පහත සඳහන් එක් එක් ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය සොයන්න.



2. රූපයේ දක්වා ඇති ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $88\ cm^2$ නම්, hහි අගය සොයන්න.

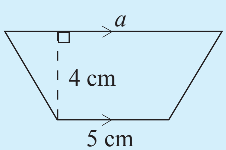


3. රූපයේ දක්වා ඇති ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය $60\ cm^2$ නම් xහි අගය සොයන්න.



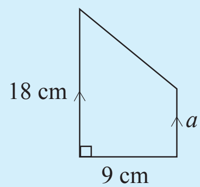
4. පහත දැක්වෙන එක් එක් ත්‍රපීසියමේ a අකුරින් දක්වා ඇති දිග සොයන්න. එක් එක් ත්‍රපීසියමේ වර්ගඵලය පහතින් දී ඇත.

i.



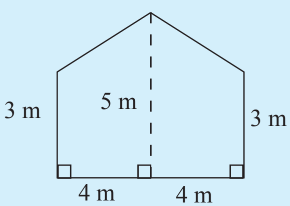
වර්ගඵලය $26\ cm^2$ වේ.

ii.



වර්ගඵලය $135\ cm^2$ වේ.

5.



බිත්තියක පැති පෙනුමක් රූපයේ දැක්වේ. දක්වා ඇති මිනුම් අනුව බිත්තියේ වර්ගඵලය සොයන්න.

6. ත්‍රපීසියමක වර්ගඵලය $30\ cm^2$කි. සමාන්තර පාද අතර ලම්බ දුර 3 cmකි. සමාන්තර පාදවල දිග සඳහා ගත හැකි

i. නිඛිලමය අගය යුගල 3කුත්

ii. නිඛිල නොවන අගය යුගල 3කුත් සොයන්න.

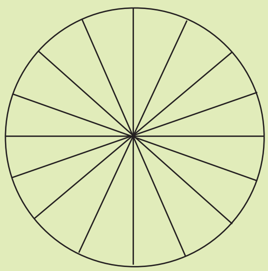
23.3 වෘත්තයක වර්ගඵලය

සෘජුකෝණාස්‍රය, සමචතුරස්‍රය, ත්‍රිකෝණය, සමාන්තරාස්‍රය, ත්‍රපීසියම ආකාර හැඩ ඇති ආස්තරවල වර්ගඵලය සෙවීම උගත් අපි දැන් වෘත්තාකාර හැඩය ඇති ආස්තරයක වර්ගඵලය සොයන ආකාරය විමසමු.
ඒ සඳහා මුලින් ම පහත දැක්වෙන ක්‍රියාකාරකමෙහි යෙදෙන්න.

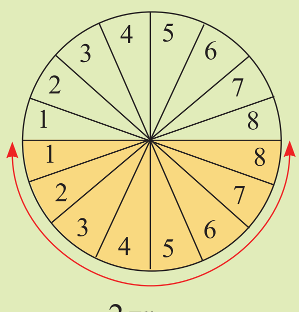
ක්‍රියාකාරකම 2

පියවර 1 : අරය 6 cmක් පමණ වූ වෘත්තයක් කඩදාසියක ඇඳ ගන්න.

පියවර 2 : කේන්ද්‍රය හරහා සරල රේඛා ඇඳීම මගින් වෘත්තය හැකි තාක් කුඩා කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ගණනකට (16ක් පමණ) වෙන් කර ගන්න. (අර දෙකකින් හා චාප කොටසකින් වටවන කොටස කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩයක් වේ).



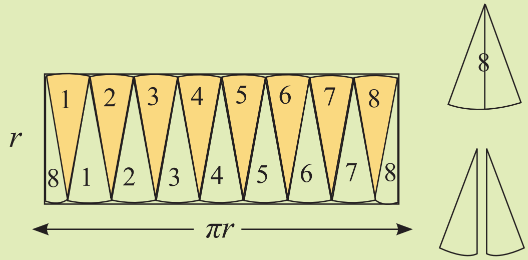
පියවර 3 : වෘත්තයෙන් අඩක් වර්ණ කර, රූපසටහනේ දක්වා ඇති ආකාරයට සියලු කොටස් පිළිවෙළින් අංක කර ගන්න.



$$\frac{2\pi r}{2} = \pi r$$

පියවර 4 : රේඛා දිගේ කැපීමෙන් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ සියල්ල වෙන් කර ගන්න.

පියවර 5 : වෙන් කර ගත් කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ, රූපයේ දැක්වෙන පරිදි සෘජුකෝණාස්‍රාකාර හැඩයක් (ආසන්න වශයෙන්) ලැබෙන සේ අලවා ගන්න. (කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ගණන වැඩි වන විට සෘජුකෝණාස්‍රයේ නිරවද්‍යතාව වැඩි වන බව අවබෝධ කර ගන්න.)



කඩදාසි අපතේ නොගිය හෙයින්, වෘත්තයේ හා සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵල සමාන විය යුතු ය. වෘත්තයේ අරය r ලෙස ගෙන, පහත දැක්වෙන පරිදි සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

ලැබෙන සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග = වෘත්තයේ පරිධිය $\times \frac{1}{2}$

$= 2\pi r \times \frac{1}{2}$

$= \pi r$

ලැබෙන සෘජුකෝණාස්‍රයේ පළල $= r$

සෘජුකෝණාස්‍රයේ වර්ගඵලය = දිග $\times$ පළල

$= \pi r \times r$

$= \pi r^2$

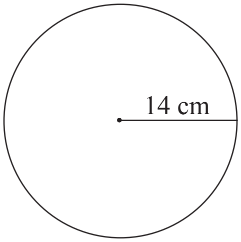
වෘත්තාකාර ආස්තරය කපා සකස් කර ගත් සෘජුකෝණාස්‍රකාර ආස්තරයේ වර්ගඵලය, වෘත්තාකාර ආස්තරයේ වර්ගඵලයට සමාන විය යුතු ය.

$\therefore$ වෘත්තයක වර්ගඵලය $= \pi r^2$

ගණනය කිරීම්වලදී බොහෝ විට π හි අගය ආසන්න වශයෙන් 3.142 හෝ $\frac{22}{7}$ ලෙස යොදා ගැනේ.

නිදසුන 1

අරය 14 cm වූ වෘත්තාකාර ආස්තරයක වර්ගඵලය සොයන්න.



වෘත්තයක වර්ගඵලය $= \pi r^2$

$= \frac{22}{\cancel{7}_1} \times \overset{2}{\cancel{14}} \times 14$

$= 616$

$\therefore$ වෘත්තයේ වර්ගඵලය $616\ \text{cm}^2$ වේ.

නිදසුන 2

වර්ගඵලය $154\ \text{cm}^2$ වූ වෘත්තාකාර ආස්තරයක අරය ගණනය කරන්න.

වෘත්තයේ වර්ගඵලය $= \pi r^2$

$= \frac{22}{7} \times r^2$

වෘත්තයේ වර්ගඵලය $154\ \text{cm}^2$ බව දී ඇති නිසා

$\frac{22}{7} r^2 = 154$

එමනිසා, $\frac{22}{\cancel{7}} r^2 \times \cancel{7} = 154 \times 7$

$\frac{\cancel{22} r^2}{\cancel{22}} = \frac{1078}{22} = 49$

$r^2 = 49$

එමනිසා, $r = 7$ හෝ $r = -7$.

නමුත්, අරය සෘණ අගයක් විය නොහැකි ය.

$\therefore$ වෘත්තාකාර ආස්තරයේ අරය 7 cm වේ.

23.3 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන මිනුම් සහිත වෘත්තාකාර ආස්තරවල වර්ගඵල සොයන්න ($\pi = \frac{22}{7}$ ලෙස සලකන්න).

i. අරය 14 cm **ii.** අරය 21 cm **iii.** විෂ්කම්භය 7 cm **iv.** විෂ්කම්භය 21 cm

2. පහත දැක්වෙන වර්ගඵල සහිත වෘත්තවල අර ගණනය කරන්න.

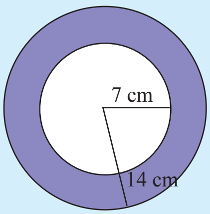
i. $616\ \text{cm}^2$ **ii.** $1386\ \text{cm}^2$ **iii.** $38\frac{1}{2}\ \text{cm}$

3. වර්ගඵලය $196\ \text{cm}^2$ වූ සමචතුරස්‍රාකාර ආස්තරයකින් කපා ගත හැකි විශාල ම වෘත්තාකාර ආස්තරයේ

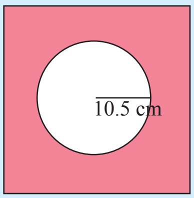
i. අරය කොපමණ ද?
ii. වර්ගඵලය කොපමණ ද?

4. පහත දැක්වෙන එක් එක් රූපයේ අඳුරු කර ඇති කොටසේ වර්ගඵලය සොයන්න.

i.



ii.



5. දිග 70 cm හා පළල 14 cm වූ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර ආස්තරයකින් අරය 7 cm වූ වෘත්ත, උපරිම වශයෙන් කොපමණ ප්‍රමාණයක් කපා ගත හැකි ද?

සාරාංශය

- ආධාරකයේ දිග a ද උස h ද වන සමාන්තරාස්‍රයක වර්ගඵලය ah වේ.
- සමාන්තර පාද දෙකෙහි දිග පිළිවෙළින් a හා b වන සහ එම රේඛා අතර ලම්බ දුර h වන ත්‍රපීසියමක වර්ගඵලය $\frac{1}{2}(a+b)h$ වේ.
- අරය r වන වෘත්තයක වර්ගඵලය πr^2 වේ.

24 සම්භාවිතාව

මෙම පාඩම අධ්‍යයනය කිරීමෙන් ඔබට
- සසම්භාවී පරීක්ෂණ හඳුනා ගැනීමට
- කිසියම් සසම්භාවී පරීක්ෂණයකට අදාළ නියැදි අවකාශය ලියා දැක්වීමට
- සම සේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල හඳුනා ගැනීමට
- සම සේ භව්‍ය ප්‍රතිඵලයක සම්භාවිතාව සෙවීමට

සම සේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල සහිත සිද්ධියක සම්භාවිතාව සෙවීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

24.1 සසම්භාවී පරීක්ෂණ

කාසියක් උඩ දැමීම සලකමු. මෙහි දී කාසිය උඩ දැමූ විට ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල සියල්ල පරීක්ෂණය කිරීමට පෙර කිව හැකි ය. එනම්, ප්‍රතිඵල විය හැක්කේ සිරස ලැබීම හෝ අගය ලැබීමයි. එහෙත්, සිරස පැත්ත ලැබීම හෝ අගය පැත්ත ලැබීම හෝ යන ප්‍රතිඵල දෙකෙන් කවර ප්‍රතිඵලය සිදු වේ දැයි නිශ්චිතව ම කිව නොහැකි ය. තව ද මෙම පරීක්ෂණය මෙම තත්ත්ව යටතේ ම ඕනෑ ම වාර ගණනක් ද කිරීමට හැකි ය. පරීක්ෂණය නැවත නැවත කළ විට ලැබෙන ප්‍රතිඵලවල රටාවක් ද අපේක්ෂා කළ නොහැකි ය. මෙම ලක්ෂණ සහිත පරීක්ෂණවලට **සසම්භාවී පරීක්ෂණ** යැයි කියනු ලැබේ.

සසම්භාවී පරීක්ෂණයක පහත සඳහන් පොදු ලක්ෂණ ඇත.

- එක ම තත්ත්වයන් යටතේ පරීක්ෂණය ඕනෑ ම වාර ගණනක් කිරීමට හැකි වීම
- පරීක්ෂණයෙන් ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල සියල්ල ම, පරීක්ෂණය කිරීමට පෙර කිව හැකි වීම
- පරීක්ෂණයෙන් ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵලය පරීක්ෂණය කිරීමට පෙර නිශ්චිතව ම කිව නොහැකි වීම
- ලැබෙන ප්‍රතිඵලවල රටාවක් අපේක්ෂා කළ නොහැකි වීම

තවත් නිදසුනක් සලකා බලමු.

1 සිට 6 තෙක් අංක ලියා ඇති සමබර ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දමා, උඩට හැරී වැටෙන පැත්තේ ඇති අංකය සටහන් කර ගැනීමේ පරීක්ෂණයේදී ද පරීක්ෂණය ඕනෑ ම වාර ගණනක් කළ හැකි අතර, ලැබෙන ප්‍රතිඵලවල රටාවක් අපේක්ෂා කළ නොහැකි ය. ලැබිය හැකි සියලු ප්‍රතිඵල දන්නා නමුත් පරීක්ෂණය සිදු කිරීමට ප්‍රථම ලැබිය හැක්කේ කුමන ප්‍රතිඵලය ද යන්න නිශ්චිතව ම කිව නොහැකි වේ. එබැවින්, දාදු කැටයක් උඩ දමා ලැබෙන ප්‍රතිඵල නිරීක්ෂණය කිරීම සසම්භාවී පරීක්ෂණයකි.

24.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන පරීක්ෂණ සැලකිල්ලට ගෙන, ඒවා සසම්භාවී පරීක්ෂණ නම් ඉදිරියෙන් "✓" ලකුණ ද, සසම්භාවී පරීක්ෂණ නොවේ නම් ඉදිරියෙන් "×" ලකුණ ද යොදන්න.

පරීක්ෂණය	සසම්භාවී / සසම්භාවී නොවන
1. 1 සිට 4 තෙක් අංක යෙදූ සමබර චතුස්තලයක් උඩ දමා මේසය ස්පර්ශ කරන පැත්ත සටහන් කිරීම	
2. එක ම වර්ණයේ සර්වසම පබළු ඇති බෑගයකින් අහඹු ලෙස පබළුවක් ඉවතට ගෙන එහි පාට සටහන් කර ගැනීම	
3. නිශ්චිත ඉලක්කයකට බෝලයක් එල්ල කොට ඉලක්කයට වදී ද යන්න නිරීක්ෂණය කිරීම	
4. රාබු ඇට 5ක් සිටුවා එයින් දින 5ක් ඇතුළත ප්‍රරෝහණය වන බීජ ගණන සටහන් කර ගැනීම	
5. යතුරු 3ක් ඇති යතුරු කැරැල්ලකින් අහඹු ලෙස ගත් යතුරකින් දොරක් විවෘත වේ දැයි බැලීම	
6. බෝලයක් ඉහළට විසි කොට එය ආපසු බිමට පතිත වේ දැයි නිරීක්ෂණය කිරීම	
7. 1, 3 හා 5 සංඛ්‍යා ලියා ඇති සර්වසම කාඩ්පත් තුනක් අඩංගු පෙට්ටියකින් කාඩ්පත් දෙකක් එකවර ඉවතට ගෙන ලැබෙන සංඛ්‍යා දෙකෙහි එකතුව ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් දැයි නිරීක්ෂණය කිරීම	

24.2 නියැදි අවකාශය

සසම්භාවී පරීක්ෂණයකින් ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල සියල්ල කුලකයකින් දැක්විය හැකි ය. එම කුලකයට, එනම් සසම්භාවී පරීක්ෂණයක ප්‍රතිඵල ලෙස ලැබිය හැකි ප්‍රතිඵල සියල්ල අඩංගු කුලකයට, **නියැදි අවකාශය** යැයි කියනු ලැබේ. නියැදි අවකාශය සාමාන්‍යයෙන් S මගින් අංකනය කෙරෙන අතර එහි ඇති අවයව ගණන $n(S)$ මගින් දක්වනු ලැබේ. නිදසුනක් ලෙස,

කාසියක් උඩ දැමීමේ දී උඩට හැරී වැටෙන පැත්ත නිරීක්ෂණය කිරීමේ පරීක්ෂණයේ දී ලැබිය හැකි සියලු ප්‍රතිඵල කුලකය, එනම්, නියැදි අවකාශය,

$$S = \{සිරස,\ අගය\}$$
$$n(S) = 2$$

ලෙස දැක්විය හැකි ය.

එසේ ම, 1 සිට 6 තෙක් අංක ලියා ඇති සමබර ඝනකාකාර දාදුකැටයක් උඩ දමා උඩට හැරී වැටෙන පැත්තේ ඇති අංකය නිරීක්ෂණය කිරීමේ පරීක්ෂණයට අදාළ නියැදි අවකාශය

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

ලෙස දැක්විය හැකි ය.

නිදසුන 1

1 සිට 4 තෙක් අංක ලියන ලද සමබර සවිධි චතුස්තලාකාර කැටයක් උඩ දැමූ විට මේසයේ ස්පර්ශ වන පැත්තේ ඇති අංකය සටහන් කිරීමේ පරීක්ෂණයට අදාළ නියැදි අවකාශය හා එහි අවයව ගණන ලියන්න.

$$S = \{1, 2, 3, 4\}$$
$$n(S) = 4$$

නිදසුන 2

B_1, B_2, W_1, W_2, W_3 ලෙස නම් යෙදූ එක ම ප්‍රමාණයේ හා හැඩයේ කළු පබළු දෙකක් හා සුදු පබළු තුනක් ඇති බෑගයකින් පබළුවක් ගැනීමේ පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය හා එහි අවයව ගණන ලියන්න.

$$S = \{B_1, B_2, W_1, W_2, W_3\}$$
$$n(S) = 5$$

නිදසුන 3

එක් පැත්තක් R ද අනෙක් පැත්තේ Y ද ලෙස සටහන් කර ඇති කාඩ්පත් දෙකක් ඇත. ඒවා එකවර උඩ දමා ලැබෙන අකුරු සටහන් කර ගැනීමේ පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශය ලියන්න.

කාඩ්පත් දෙකේ ම R ලැබීම (R,R) ලෙස ද එකක R හා අනෙකේ Y ලැබීම (R,Y) ආදි ලෙස නියැදි අවකාශයේ ප්‍රතිඵල ලිවිය යුතු ය. ඒ අනුව,

$$S = \{(R,R), (R,Y), (Y,R), (Y,Y)\}$$

සටහන: නියැදි අවකාශයේ උපකුලකයකට සිද්ධියක් යැයි කියනු ලැබේ.

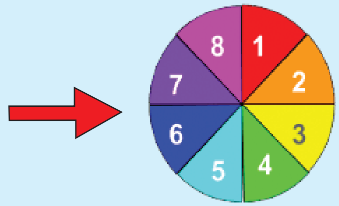
24.2 අභ්‍යාසය

පහත දැක්වෙන එක් එක් පරීක්ෂණයට අදාළ නියැදි අවකාශය ලියන්න.

i. නිල්, රතු, කළු සහ කොළ යන වර්ණවලින් යුතු සර්වසම එක් පෑනක් බැගින් ඇති බෑගයකින් අහඹු ලෙස පෑනක් තෝරා ගැනීම

ii. 5 සිට 15 තෙක් අංක ලියූ සමාන ප්‍රමාණයේ හා හැඩයේ කාඩ්පත් ඇති බෑගයකින් කාඩ්පතක් ඉවතට ගෙන, එහි අංකය සටහන් කර ගැනීම

iii. රූපයේ දැක්වෙන තැටිය කරකවා ඊතලය නවතින අංකය සටහන් කිරීම



iv. මල්ලක, සර්වසම වූ කිරි රසැති ටොෆි 4ක් හා දොඩම් රසැති ටොෆි 3ක් ඇත. අහඹු ලෙස ටොෆියක් තෝරා ගැනීම

v. කාසියක් දෙවරක් උඩ දමා ලැබෙන පැත්ත සටහන් කර ගැනීම

24.3 සම සේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල

කිසියම් සසම්භාවී පරීක්ෂණයකට අදාළ නියැදි අවකාශය සැලකූ විට එහි සෑම ප්‍රතිඵලයක්ම ලැබීමේ හැකියාව එක හා සමාන වේ නම් එවැනි පරීක්ෂණයකට **සම සේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල සහිත පරීක්ෂණයක්** යැයි කියනු ලැබේ. එම ප්‍රතිඵල **සම සේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල** ලෙස හැඳින්වේ.

1, 2, 3, 4, 5 සහ 6 ලෙස අංක යෙදූ **සමබර** ඝනකාකාර දාදු කැටයක් සලකමු. එය සාදා ඇති ද්‍රව්‍ය දාදු කැටය පුරා ඒකාකාරීව පැතිරී ඇතැයි සිතමු. එවිට, සමමිතිය අනුව, දාදු කැටය උඩ දැමූ විට ඕනෑ ම පැත්තක් උඩට සිටින සේ ලැබීමට එක ම හැකියාව ඇති යැයි අපට අනුමාන කළ හැකි ය. සමබර කාසියක් සඳහා ද එසේ ම ය. මෙවැනි දාදු කැට හා කාසි උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණ සම්භාවිතාව පිළිබඳ සිද්ධාන්ත පැහැදිලි කිරීමේදී ඉතා වැදගත් වේ. එවැනි සමමිතිකත්වයක් ඇති වස්තු **සාධාරණ වස්තු** ලෙස හැඳින්වේ.

ඝනකාභාකාර දාදු කැටයක 1, 2, 3, 4, 5, 6 ලෙස අංක සටහන් කර උඩ දැමීමේ පරීක්ෂණයක් සලකන්න. එහි සෑම පැත්තක් ම ලැබීමේ හැකියා සමාන නොවිය හැකි ය. එවිට එය සාධාරණ වස්තුවක් ලෙස නොසැලකේ. එවැනි පරීක්ෂණයක ප්‍රතිඵල සම සේ භව්‍ය නොවේ.

තවත් අවස්ථාවක් සලකමු.

සවිධි සමබර ඝනකාකාර දාදු කැටයක පැති 4ක රතු වර්ණය ද පැති දෙකක නිල් වර්ණය ද ආලේප කර ඇති විට, එම දාදු කැටය උඩ දමා වැටෙන පැත්තේ වර්ණය සටහන් කිරීමේ පරීක්ෂණය සලකන්න. මෙහි දී රතු වර්ණය ආලේප කර ඇති පැත්තක් වැටීමට වැඩි හැකියාවක් ඇති බව පැහැදිලි ය. ඒ අනුව, මෙම පරීක්ෂණයේ ප්‍රතිඵල සම සේ භව්‍ය නොවේ.

24.3 අභ්‍යාසය

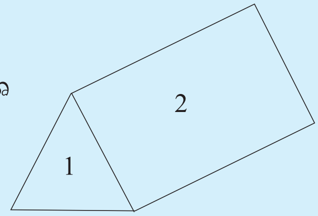
පහත සඳහන් එක් එක් පරීක්ෂණයට අදාළ ප්‍රතිඵල සම සේ භව්‍ය වේ දැයි ලියන්න.

i. සවිධි සමබර චතුස්තලයක පැති හතරේ රතු, නිල්, කහ සහ කොළ යන වර්ණ ආලේප කර ඇත. මෙය උඩ දමා වැටෙන පැත්තේ වර්ණය සටහන් කර ගැනීම

ii. සමබර කාසියක් උඩ දමා ලැබෙන පැත්ත සටහන් කර ගැනීම

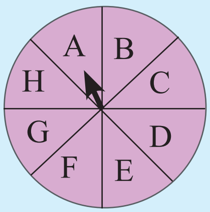
iii. 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4 ලෙස අංක ලියා ඇති සමාන කාඩ්පත් 10කින් අහඹු ලෙස ගත් කාඩ්පතක අංකය සටහන් කිරීම

iv. 1 - 5 දක්වා අංක සටහන් කරන ලද රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයේ ප්‍රිස්මයක් උඩ දැමූ විට මේසය සමග ස්පර්ශ වන පැත්තේ අංකය සටහන් කිරීම



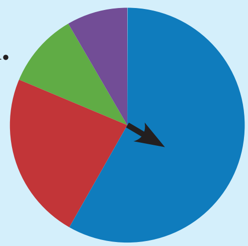
v. එක සමාන ප්‍රමාණයේ රතු පැහැති කාඩ්පත් 3ක් හා නිල් පැහැති කාඩ්පත් 4ක් ඇති බෑගයකින් අහඹු ලෙස ගත් කාඩ්පතක වර්ණය සටහන් කිරීම

vi.



සමාන කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩවලට බෙදා තිරස්ව සවි කර ඇති වෘත්තාකාර තැටියේ කේන්ද්‍රයේ සවි කර ඇති දර්ශකය (ඊතලය) කරකවා නැවතීමට ඉඩ හළ විට ඊතලය නැවතෙන ස්ථානයට අනුව අක්ෂරය සටහන් කිරීම

vii.



කොටස් අසමාන වන පරිදි බෙදා තිරස්ව සවි කර ඇති වෘත්තාකාර තැටියේ කේන්ද්‍රයේ සවි කර ඇති දර්ශකය කරකවා, නැවතීමට ඉඩ හළ විට දර්ශකය නැවතෙන ස්ථානයට අනුව වර්ණය සටහන් කිරීම

24.4 සම සේ භව්‍ය ප්‍රතිඵලයක සම්භාවිතාව

සම සේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල සහිත සසම්භාවී පරීක්ෂණයක ප්‍රතිඵලයක සම්භාවිතාව පහත ආකාරයට ලබා ගත හැකි බව ඔබ උගෙන ඇත.

එනම්,

$$\text{තෝරාගත් ප්‍රතිඵලයක සම්භාවිතාව} = \frac{1}{\text{සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශයේ මුළු ප්‍රතිඵල ගණන}}$$

මෙලෙස, සමබර දාදු කැටයක් උඩ දැමීමේ සිද්ධිය සලකන්න. මෙහි තෝරාගත් අංකයක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව $\frac{1}{6}$ වේ.

උදාහරණයක් ලෙස, අංක 3 ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{1}{6}$

දැන් ඉරට්ටේ සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සිද්ධිය සලකන්න. මෙම සිද්ධියේ සම්භාවිතාව මෙසේ ගණනය කළ හැකි ය. ඉරට්ට සංඛ්‍යා 3ක් හා ඔත්තේ සංඛ්‍යා 3ක් ඇති බැවින් මෙම සිද්ධියේ ප්‍රතිඵල සම සේ භව්‍ය වේ. එමනිසා ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{3}{6}$ වේ.

ඒ අනුව,
සම සේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල සහිත සසම්භාවී පරීක්ෂණයක ප්‍රතිඵල එකකින් හෝ කිහිපයකින් හෝ සැදුම්ලත් යම් සිද්ධියක සම්භාවිතාව මෙලෙස දැක්විය හැකි වේ.

$$\text{සිද්ධියක සම්භාවිතාව} = \frac{\text{අදාළ සිද්ධියෙහි අවයව ගණන}}{\text{නියැදි අවකාශයේ අවයව ගණන}}$$

සංකේත භාවිතයෙන් මෙය මෙසේ ලිවිය හැකි වේ. S නියැදි අවකාශයේ අවයව ගණන $n(S)$ මගින් ද, A සිද්ධියේ අවයව ගණන $n(A)$ මගින් ද, A සිද්ධියේ සම්භාවිතාව $p(A)$ මගින් ද දැක්වූ විට මෙසේ ලිවිය හැකි වේ.

$$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

නිදසුන 3

නොනැඹුරු කාසියක් උඩ දමා උඩට හැරී වැටෙන පැත්ත නිරීක්ෂණය කරන පරීක්ෂණයක දී,

i. නියැදි අවකාශය ලියා $n(S)$ සොයන්න.
ii. සිරස ලැබීමේ ප්‍රතිඵලය A නම් Aහි අවයව ලියා $n(A)$ සොයන්න.
iii. සිරස ලැබීමේ සම්භාවිතාව $P(A)$ සොයන්න.

i. S = {සිරස ලැබීම, අගය ලැබීම}
$n(S) = 2$

ii. A = {සිරස ලැබීම}
$n(A) = 1$

iii. $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$P(A) = \frac{1}{2}$

නිදසුන 4

1, 2, 3, 4 යනුවෙන් මුහුණත්වල ලකුණු කළ නොනැඹුරු චතුස්තලාකාර දාදු කැටයක් උඩ දමා මේසයේ ස්පර්ශ වන පැත්තේ අංකය සටහන් කිරීමේ පරීක්ෂණයක දී

i. ලැබෙන අංකය 2 වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
ii. ලැබෙන අංකය ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
iii. ලැබෙන අංකය 1ට වඩා වැඩි සංඛ්‍යාවක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

මෙහි නියැදි අවකාශය $S = \{1, 2, 3, 4\}$ නිසා $n(S) = 4$ වේ.

i. අංකය 2 වීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{1}{4}$

ii. ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් වීම B නම්

$B = \{2, 4\}$ නිසා $n(B) = 2$ වේ.

$\therefore p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$ වේ.

iii. 1ට වඩා වැඩි සංඛ්‍යා 3ක් ඇත.

$\therefore$ 1ට වඩා වැඩි සංඛ්‍යා ලැබීමේ සම්භාවිතාව $= \frac{3}{4}$

24.4 අභ්‍යාසය

1. 1 සිට 6 තෙක් අංක යෙදූ සමබර ඝනකාකාර දාදු කැටයක් උඩ දැමූ විට, උඩට හැරී වැටෙන පැත්තේ අංකය සටහන් කිරීමේ පරීක්ෂණයක දී,

i. ලැබිය හැකි සියලු ප්‍රතිඵල ඇතුළත් නියැදි අවකාශය (S) ලියන්න.

ii. $n(S)$ සොයන්න.

iii. ඉරට්ට සංඛ්‍යාවක් වැටීම A නම් A හි අවයව ලියා $n(A)$ සොයන්න.

iv. Aහි සම්භාවිතාව එනම් $P(A)$ සොයන්න.

v. ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් සහිත අංකයක් වැටීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

2. A, B, C, D, E, F, G, H ලෙස ලියන ලද සමාන කාඩ් පත් 8ක් ඇති බෑගයකින් අහඹු ලෙස කාඩ් පතක් ගැනීමේ පරීක්ෂණයකදී

i. නියැදි අවකාශය ලියා දක්වන්න.

ii. B අකුර සහිත කාඩ් පත ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

iii. ස්වර අක්ෂරයක් සහිත කාඩ් පත් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

iv. K අක්ෂරය ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

3. 1 සිට 25 තෙක් අංක යෙදූ සමාන කාඩ් පත් 25ක් පෙට්ටියක් තුළ ඇත. ඉන් අහඹු ලෙස කාඩ් පතක් ගැනීමේ පරීක්ෂණයට අදාළව,

i. අංක 8 සහිත කාඩ් පත ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

ii. 5 ගුණාකාරයක් සහිත කාඩ් පතක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

iii. ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් සහිත කාඩ් පතක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

iv. සමචතුරස්‍ර සංඛ්‍යාවක් සහිත කාඩ් පතක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

4. 

රූපයේ දැක්වෙන උපකරණයේ, දර්ශකය (ඊතලය) කැරක වූ විට ඊතලයේ පිහිටීම අනුව පහත සඳහන් එක් එක් අවස්ථාවේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

i. තද නිල් වර්ණය සහිත කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ තුළ ඊහිස නැවතීම

ii. රතු වර්ණය සහිත කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය තුළ ඊහිස නැවතීම

iii. කහ වර්ණය සහිත කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩය තුළ ඊහිස නැවතීම

5. බහුවරණ ප්‍රශ්න පත්‍රයක් සඳහා දී ඇති පිළිතුරු 5න් නිවැරදි ඒවා ඇත්තේ 1කි. පිළිතුර නොදන්නා ප්‍රශ්නයකට අහඹු ලෙස පිළිතුර තෝරයි. ඔහුගේ පිළිතුර,

i. නිවැරදි වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

ii. වැරදි පිළිතුරක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

6. සර්වසම වූ පබළු අතරින් 3ක් රතු පාටින් ද, 2ක් කළු පාටින් ද, 5ක් සුදු පාටින් ද ඇත. අහඹු ලෙස පබළුවක් ගන්නා පරීක්ෂණයේදී,

i. රතු පබළුවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
ii. නිල් පබළුවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
iii. රතු හෝ සුදු හෝ පබළුවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
iv. කළු පබළුවක් ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

7. සිසුවකු සතියේ කුමන දවසක ඉපදී ඇත් දැයි විමසන පරීක්ෂණයකදී,

i. ඔහු සඳුදාවක ඉපිද තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
ii. ඔහු ඉරිදාවක ඉපිද තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
iii. ඔහු බදාදාවක හෝ සිකුරාදාවක හෝ ඉපිද තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.
iv. ඔහු සෙනසුරාදා හෝ ඉරිදා හෝ නොවන දවසක ඉපිද තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

සාරාංශය

සම සේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල සහිත සසම්භාවී පරීක්ෂණයක,

- තෝරාගත් ප්‍රතිඵලයක සම්භාවිතාව $= \dfrac{1}{\text{සසම්භාවී පරීක්ෂණයේ නියැදි අවකාශයේ මුළු ප්‍රතිඵල ගණන}}$

- සිද්ධියක සම්භාවිතාව $= \dfrac{\text{අදාළ සිද්ධියෙහි අවයව ගණන}}{\text{නියැදි අවකාශයේ අවයව ගණන}}$

- $p\,(A) = \dfrac{n\,(A)}{n\,(S)}$

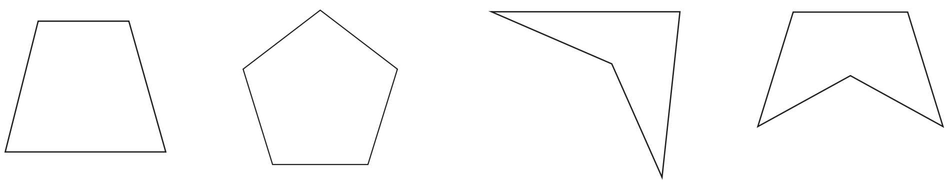
25 බහු-අස්‍රවල කෝණ

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- බහු-අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ ආශ්‍රිත ජ්‍යාමිතික ගැටලු විසඳීමටත්
- බහු-අස්‍රයක බාහිර කෝණ ආශ්‍රිත ජ්‍යාමිතික ගැටලු විසඳීමටත්
- සවිධි බහු-අස්‍ර ආශ්‍රිත ගැටලු විසඳීමටත්

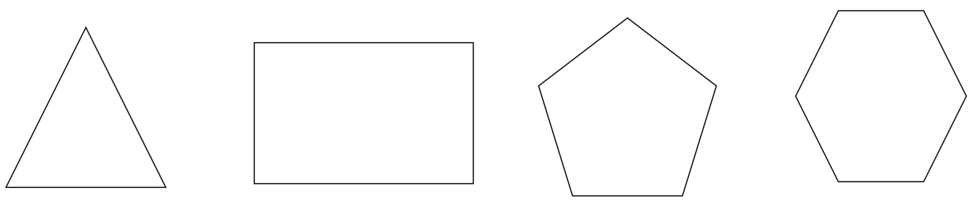
හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

සරල රේඛා ඛණ්ඩ තුනකින් හෝ ඊට වැඩි ගණනකින් සංවෘත වූ තල රූපයක් බහු-අස්‍රයක් ලෙස හැඳින්වේ. උත්තල බහු-අස්‍ර හා අවතල බහු-අස්‍ර ලෙස ප්‍රධාන වශයෙන් බහු-අස්‍ර වර්ග දෙකකි.



උත්තල බහු-අස්‍ර   අවතල බහු-අස්‍ර

ඉන් සමහර බහු-අස්‍ර ඒවායේ පාද ගණන අනුව සුවිශේෂ නම්වලින් හඳුන්වනු ලැබේ. ඒ අනුව පාද 3ක්, 4ක්, 5ක්, 6ක් බැගින් ඇති බහු-අස්‍ර පිළිවෙළින් ත්‍රිකෝණය, චතුරස්‍රය, පංචාස්‍රය, ෂඩස්‍රය ලෙස හැඳින්වේ.



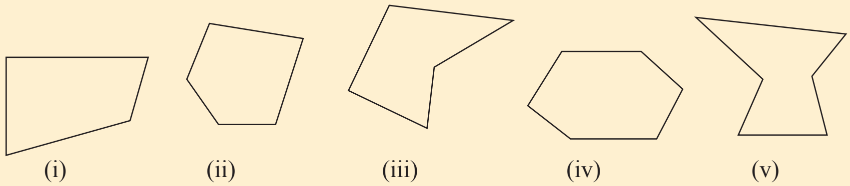
ඔබ මීට පෙර ශ්‍රේණිවල දී ත්‍රිකෝණයක හා චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය පිළිබඳව පහත දැක්වෙන ප්‍රතිඵල උගෙන ඇත.

ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය 180° කි.
චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය 360° කි.

ඔබ විසින් බහු-අස්‍ර පිළිබඳ උගෙන ඇති ඉහත සඳහන් කරුණු තවදුරටත් තහවුරු කර ගැනීම සඳහා මෙම පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාස මාලාවට පිළිතුරු සපයන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. දී ඇති රූප අතුරින් උත්තල බහු-අස්‍ර තෝරන්න.



2. පහත සඳහන් ප්‍රකාශන අතුරින් නිවැරදි ඒවා තෝරන්න.

a. පාද 7ක් ඇති බහු-අස්‍රය සප්තාස්‍රය ලෙස හැඳින්වේ.

b. ඕනෑ ම බහු-අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ ගණන එහි පාද ගණනට සමාන වේ.

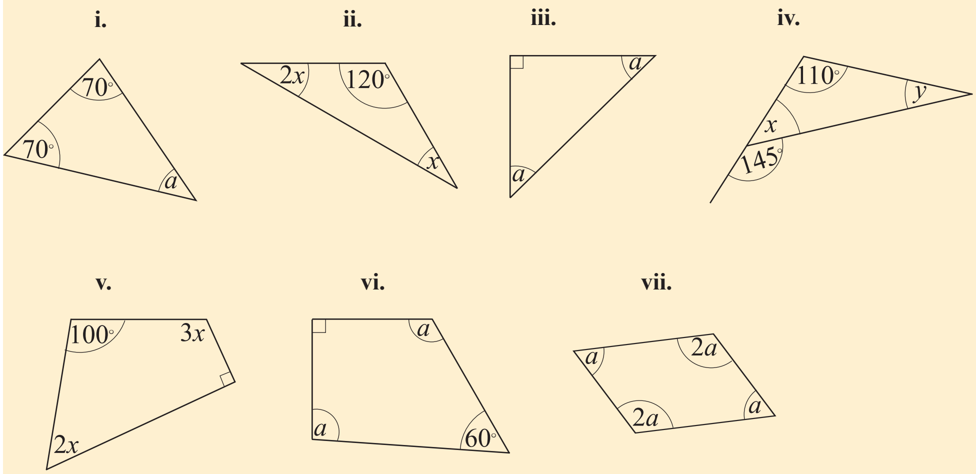
c. පාද සියල්ල එකිනෙකට සමාන වන බහු-අස්‍රය සවිධි බහු-අස්‍රයක් වේ.

d. බහු-අස්‍රයක එක් ශීර්ෂයක දී අභ්‍යන්තර කෝණයේ හා බාහිර කෝණයේ ඓක්‍යය 180° කි.

e. දශාස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ 11ක් ඇත.

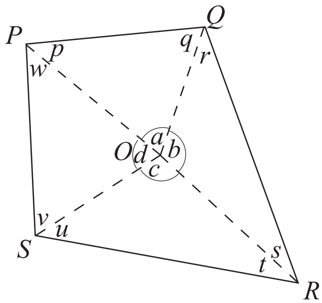
f. චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණ ඓක්‍යය 180° කි.

3. පහත දී ඇති එක් එක් රූපයේ ඉංග්‍රීසි අකුරකින් දක්වා ඇති අභ්‍යන්තර කෝණවල විශාලත්ව සොයන්න.



25.1 බහු-අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය

චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය සෙවිය හැකි අයුරු මුලින් ම සලකා බලමු.



දී ඇති රූපයේ, O යනු $PQRS$ චතුරස්‍රය තුළ වූ ඕනෑ ම ලක්ෂ්‍යයකි. PO, QO, RO හා SO යා කිරීමෙන් ත්‍රිකෝණ 4ක් ලැබී ඇත.

ත්‍රිකෝණයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය 180° බැවින්,

PQO ත්‍රිකෝණය සැලකූ විට $p + q + a = 180^\circ$
QRO ත්‍රිකෝණය සැලකූ විට $r + s + b = 180^\circ$
RSO ත්‍රිකෝණය සැලකූ විට $t + u + c = 180^\circ$
SPO ත්‍රිකෝණය සැලකූ විට $v + w + d = 180^\circ$

මෙම සමීකරණ 4 එකතු කිරීමෙන්

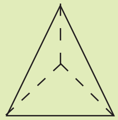
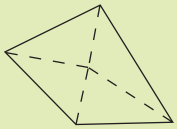
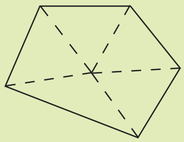
$(p + q + a) + (r + s + b) + (t + u + c) + (v + w + d) = 180^\circ \times 4$
$\therefore\ (p + q + r + s + t + u + v + w) + (a + b + c + d) = 720^\circ$
a, b, c හා d යනු O ලක්ෂ්‍යය වටා කෝණ වන නිසා $a + b + c + d = 360^\circ$ කි.
$\therefore\ p + q + r + s + t + u + v + w = 720^\circ - 360^\circ$
$= 360^\circ$

$\therefore$ චතුරස්‍රයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය 360° වේ.

දැන් අපි පාද n ගණනක් ඇති බහු-අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය සඳහා n ඇසුරෙන් ප්‍රකාශනයක් ලබා ගැනීම පිණිස පහත ක්‍රියාකාරකමේ නිරත වෙමු.

ක්‍රියාකාරකම 1

පහත දී ඇති වගුව පිටපත් කර ගෙන සම්පූර්ණ කරන්න.

බහු-අස්‍රය	රූපය	ත්‍රිකෝණ ගණන	අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය
ත්‍රිකෝණය		3	$180^{\circ} \times 3 - 360^{\circ} = 180^{\circ}$
චතුරස්‍රය		4	$180^{\circ} \times 4 - 360^{\circ} = 360^{\circ}$
පංචාස්‍රය		5	$180^{\circ} \times ... - 360^{\circ} = 540^{\circ}$
ෂඩස්‍රය			....
සප්තාස්‍රය			....
අෂ්ටාස්‍රය			....
පාද n ඇති බහු-අස්‍රය			....

ඉහත ක්‍රියාකාරකම අනුව ඔබට පාද n ගණනක් ඇති බහු-අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය $180^{\circ} \times n - 360^{\circ}$ ලෙස ලැබෙන්නට ඇත.

$180^{\circ} \times n - 360^{\circ}$ යන ප්‍රකාශනය මතක තබා ගැනීමට පහසු වන පරිදි මෙසේ සකස් කළ හැකි ය.

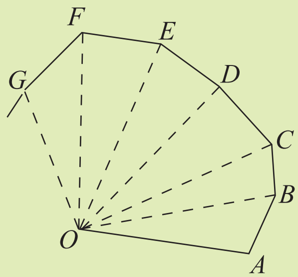
$$180^{\circ} \times n - 360^{\circ} = 90^{\circ} \times 2n - 90^{\circ} \times 4$$
$$= 90^{\circ}(2n - 4)$$
$$= \text{සෘජුකෝණ } (2n - 4)$$

පාද n ඇති බහු-අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය = සෘජුකෝණ $(2n - 4)$

බහු-අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය සඳහා ප්‍රකාශනයක් තවත් ආකාරයකට ලබා ගනිමු.

ක්‍රියාකාරකම 2

1. දී ඇති රූපය ඇසුරෙන් වගුව සම්පූර්ණ කර ලියන්න.



බහු-අස්‍රය	පාද ගණන	බහු-අස්‍රයේ නම	ත්‍රිකෝණ ගණන	අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය
OAB	3	ත්‍රිකෝණය	1	$180^{\circ} \times 1 \quad = 180^{\circ}$
$OABC$	4	චතුරස්‍රය	2	$180^{\circ} \times$ .... = ...
$OABCD$				....
$OABCDE$				....
$OABCDEF$				....
$OABCDEFG$				....

i. ඉහත වගුවට අනුව පාද n ගණනක් ඇති බහු-අස්‍රයක එක් ශීර්ෂයක් අනෙක් ශීර්ෂවලට යා කිරීමෙන් ලැබෙන ත්‍රිකෝණ ගණන n ඇසුරෙන් ලියන්න.

ii. පාද n ඇති බහු අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය $180^{\circ}(n-2)$ මගින් ලැබෙන බව පෙන්වන්න.

සටහන: ඓතිහාසික වශයෙන් ගත් කල, විශේෂයෙන් ග්‍රීක ජාතික යුක්ලීඩ් වැනි ගණිතඥයන් විසින්, කෝණවල විශාලත්ව සෘජුකෝණ ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කෙරිණි. නිදසුන් ලෙස, සරල රේඛාවක් මත කෝණයක අගය සෘජුකෝණ 2ක් ලෙසත් චතුරස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුව සෘජුකෝණ 4ක් ලෙසත් ප්‍රකාශ කෙරිණි. ඒ අනුව, පාද n ඇති බහු-අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය සෘජුකෝණ $2n-4$ ක් ලෙසත් ප්‍රකාශ කළ හැකි ය. එසේ වුවත්, කෝණ මැනීම සඳහා අප විසින් අංශක යොදාගන්නා හෙයින් සෘජුකෝණයක් යනු 90° ක් බව අපට හුරුපුරුදු හෙයින්, බහු-අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය $90^{\circ}(2n-4)$ හෝ $180^{\circ}(n-2)$ හෝ ඊට තුල්‍ය ප්‍රකාශයකින් ඔබට පහසු පරිදි මතක තබා ගත හැකි ය.

බහු-අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුය $90^{o}(2n-4)$ හෝ $180^{o}(n-2)$ මගින් සෙවිය හැකි ය.

නිදසුන 1

නවාශ්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුය සොයන්න.

පාද n ඇති බහු-අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුය $= 180^{o}(n-2)$

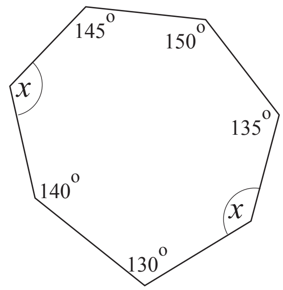
$\therefore$ පාද 9ක් ඇති බහු-අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුය $= 180^{o}(9-2)$

$= 180^{o} \times 7$

$= \underline{\underline{1260^{o}}}$

නිදසුන 2

රූපයේ ලකුණු කර ඇති තොරතුරු අනුව x හි අගය සොයන්න.



බහු-අස්‍රයේ පාද ගණන $= 7$

$\therefore$ අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුය $= 180^{o}(7-2)$

$= 180^{o} \times 5$

$= 900^{o}$

$\therefore \quad 145^{o} + 150^{o} + 135^{o} + x^{o} + 130^{o} + 140^{o} + x^{o} = 900^{o}$

$700^{o} + 2x = 900^{o}$

$2x = 900^{o} - 700^{o}$

$2x = 200^{o}$

$x = \dfrac{200^{o}}{2}$

$= \underline{\underline{100^{o}}}$

නිදසුන 3

බහු-අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුය 1440^{o} කි. එහි පාද ගණන සොයන්න.

පාද ගණන n නම් අභ්‍යන්තර කෝණ එකතුය $= 180^{o}(n-2)$

$\therefore \quad 180^{o}(n-2) = 1440^{o}$

$n-2 = \dfrac{1440^{o}}{180}$

$n-2 = 8$

$n = \underline{\underline{10}}$

$\therefore$ පාද ගණන $= 10$

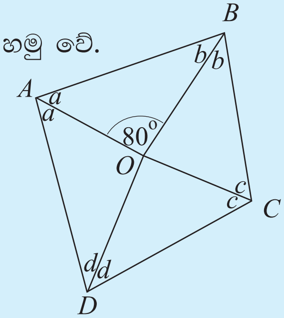
25.1 අභ්‍යාසය

1. පහත සඳහන් එක් එක් බහු-අස්‍රයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය සොයන්න.

i. පංචාස්‍රය **ii.** අෂ්ටාස්‍රය **iii.** ද්වාදශාස්‍රය **iv.** පාද 15ක් ඇති බහු-අස්‍රය

2. සප්තාස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ 4ක් 100^{o}, 112^{o}, 130^{o} හා 150^{o} වේ. ඉතිරි කෝණ සමාන වේ. ඉන් එකක අගය සොයන්න.

3. $ABCD$ චතුරස්‍රයේ අභ්‍යන්තර කෝණවල සමච්ඡේදක Oහිදී හමු වේ.



i. $a + b + c + d$ හි අගය සොයන්න.

ii. $a + b$ හි අගය සොයන්න.

iii. $c + d$ හි අගය සොයන්න.

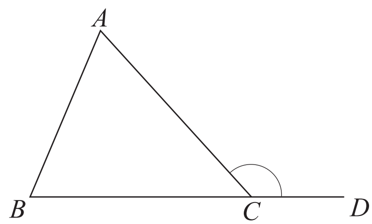
iv. $C\hat{O}D$ හි අගය සොයන්න.

4. **i.** අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය 1620^{o} වන බහු-අස්‍රයේ පාද ගණන සොයන්න.

ii. අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය 3600^{o} වන බහු-අස්‍රයේ පාද ගණන සොයන්න.

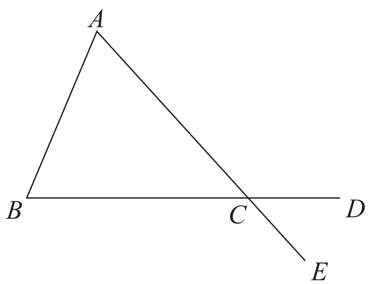
25.2 බහු-අස්‍රයක බාහිර කෝණ ඓක්‍යය

මුලින් ම, ත්‍රිකෝණයක බාහිර කෝණවල ඓක්‍යය සොයමු.



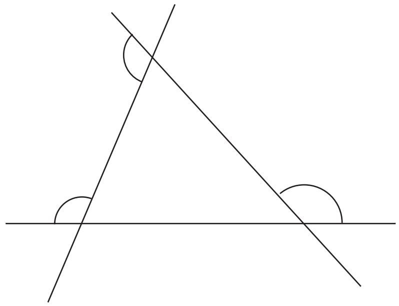
ABC ත්‍රිකෝණයේ BC පාදය දික් කිරීමෙන් ලැබෙන සරල රේඛාව මත D ලක්ෂ්‍යය ලකුණු කර ඇත. CD රේඛා ඛණ්ඩය හා AC පාදය බාහු වන සේ ඇති $A\hat{C}D$ මෙම ත්‍රිකෝණයේ බාහිර කෝණයකි.

පහත රූපයේ දැක්වෙන පරිදි AC පාදය E තෙක් දික් කිරීමෙන් ද බාහිර කෝණයක් ලැබේ. එය $B\hat{C}E$ වේ.

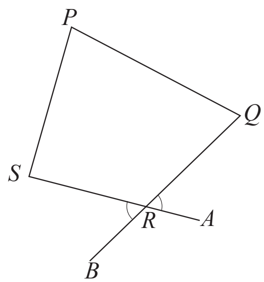


ප්‍රතිමුඛ කෝණ සමාන බැවින් මෙම $B\hat{C}E$ බාහිර කෝණයේ විශාලත්වය ACD බාහිර කෝණයේ විශාලත්වය ම වේ. මෙම ත්‍රිකෝණයේ C ලක්ෂ්‍යයේ දී ඇඳි බාහිර කෝණයක් ලෙස මෙම කෝණ දෙකෙන් ඕනෑ ම එකක් ගත හැකි ය. එහෙත්, $D\hat{C}E$ බාහිර කෝණයක් ලෙස හැඳින්වෙන්නේ නැත.

ත්‍රිකෝණයේ A හා B ශීර්ෂවල දී ද ඉහත පරිදි බාහිර කෝණ ඇඳ දැක්විය හැකි ය.



ඉහත පරිදි ම, චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණ ද අර්ථ දැක්විය හැකි ය.



$PQRS$ චතුරස්‍රයේ SR පාදය A තෙක් දික් කිරීමෙන් $Q\hat{R}A$ ලෙස බාහිර කෝණයක් ද QR පාදය B තෙක් දික් කිරීමෙන් $S\hat{R}B$ ලෙස බාහිර කෝණයක් ද ලැබේ. ප්‍රතිමුඛ කෝණ සමාන බැවින් ඉහත බාහිර කෝණ දෙක සමාන වේ.

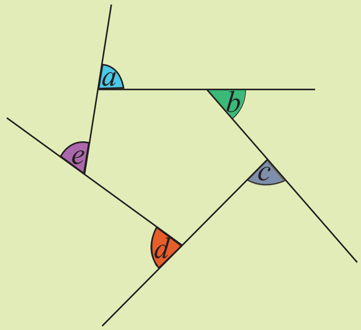
තව ද, $A\hat{R}B$ බාහිර කෝණයක් ලෙස නොසැලකේ.

මේ ආකාරයට ම, ඕනෑ ම බහු-අස්‍රයක බාහිර කෝණ අර්ථ දැක්විය හැකි ය.

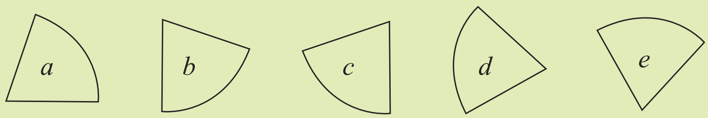
දැන් අපි බහු-අස්‍රයක බාහිර කෝණ ඓක්‍යය සඳහා අගයක් ලබා ගැනීමට පහත ක්‍රියාකාරකමේ නිරත වෙමු.

ක්‍රියාකාරකම 3

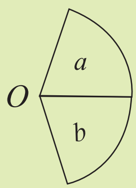
පියවර 1 : කඩදාසියක පංචාස්‍රයක් ඇඳ එහි බාහිර කෝණ a, b, c, d, e ලෙස නම් කර ගන්න.



පියවර 2 : කැපුම් තලයක් ගෙන බාහිර කෝණ ආස්තර ලෙස (කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ආකාරයට) කපා වෙන් කර ගන්න (කේන්ද්‍රික ඛණ්ඩ ඇඳීමේ දී එකම අරය යොදා ගැනීම මගින් ලැබෙන අවසාන නිමැවුම මනා ලෙස ලැබේ).



පියවර 3 : කපා වෙන් කර ගත් ආස්තරවල ශීර්ෂ ඒක ලක්ෂීය වන සේ හා එක මත එක නොවැටෙන සේ කඩදාසියක් මත O ලක්ෂ්‍යයේ අලවන්න.



පියවර 4 : ෂඩස්‍රයක් හා සප්තාස්‍රයක් සඳහා ද ඉහත පියවර සිදු කරන්න.

පියවර 5 : ඉහත බහු-අස්‍රවල බාහිර කෝණ ඇලවීමෙන් ලද නිමැවුම්වල පොදු ලක්ෂණ හා ඉන් ලබා ගත හැකි නිගමන ලියන්න.

ඉහත ක්‍රියාකාරකමට ගත් එක් එක් බහු-අස්‍රයේ බාහිර කෝණ ලක්ෂ්‍යයක් වටා වූ කෝණය ආවරණය වන සේ පවතින බව ඔබට තහවුරු වන්නට ඇත. ඒ අනුව එම බහු-අස්‍රයක බාහිර කෝණවල ඓක්‍යය, ලක්ෂ්‍යයක් වටා කෝණවල ඓක්‍යයට සමාන බව නිගමනය කළ හැකි ය. ලක්ෂ්‍යයක් වටා කෝණවල ඓක්‍යය 360^{o} බැවින් ඉහතදී ගත් බහු-අස්‍රයක බාහිර කෝණවල ඓක්‍යය ද 360^{o} කි.

දැන් අපි පාද n ගණනක් ඇති බහු-අස්‍රයක බාහිර කෝණවල ඓක්‍යය සඳහා ප්‍රකාශනයක් තවත් ආකාරයකට ලබා ගනිමු.

පාද n ගණනක් සහිත බහු-අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ n ගණනක් ද, බාහිර කෝණ n ගණනක් ද ඇති බව අපි දනිමු.
බහු-අස්‍රයක ඕනෑ ම ශීර්ෂයක දී,

අභ්‍යන්තර කෝණයේ අගය + බාහිර කෝණයේ අගය $= 180^o$

$\therefore$ අභ්‍යන්තර කෝණ n හි එකතුය + බාහිර කෝණ n හි එකතුය $= 180^o \times n$ වේ.

නමුත් අභ්‍යන්තර කෝණ n හි එකතුය = සෘජුකෝණ $(2n - 4) = 180^o(n - 2)$ බැවින්

$180^o(n - 2)$ + බාහිර කෝණ n හි එකතුය $= 180^o n$

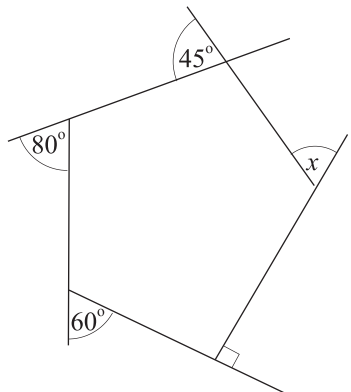
$\therefore$ බාහිර කෝණ n හි එකතුය $= 180^o n - 180^o(n - 2)$

$= 180^o n - 180^o n + 360^o$

$= 360^o$

පාද n ඇති බහු-අස්‍රයක බාහිර කෝණවල එකතුය 360^o කි.

නිදසුන 1



දී ඇති පංචාස්‍රයේ x ලෙස දක්වා ඇති බාහිර කෝණයේ විශාලත්වය සොයන්න.

බාහිර කෝණවල එකතුය $= 360^o$

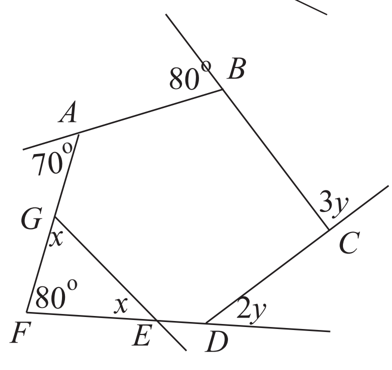
$\therefore\ x + 45^o + 80^o + 60^o + 90^o = 360^o$

$x + 275^o = 360^o$

$x = 360^o - 275^o$

$x = \underline{\underline{85^o}}$

නිදසුන 2



දී ඇති රූපයේ ලකුණු කර ඇති තොරතුරු අනුව

i. x හි අගය සොයන්න

ii. y හි අගය සොයන්න

i. EFG ත්‍රිකෝණයෙහි අභ්‍යන්තර කෝණවල එකතුය $= 180^o$

$\therefore\ 80^o + x + x = 180^o$

$2x = 180^o - 80^o = 100^o$

$x = \frac{100^o}{2}$

$x = \underline{\underline{50^o}}$

ii. $ABCDEG$ ෂඩස්‍රයේ බාහිර කෝණවල ඓක්‍යය $= 360^{\circ}$

$$\therefore \; 70^{\circ} + 80^{\circ} + 3y + 2y + x + x = 360^{\circ}$$
$$70^{\circ} + 80^{\circ} + 5y + 50^{\circ} + 50^{\circ} = 360^{\circ}$$
$$5y = 360^{\circ} - 250^{\circ}$$
$$y = \frac{110^{\circ}}{5}$$
$$y = \underline{\underline{22^{\circ}}}$$

නිදසුන 3

චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණ 2 : 2 : 3 : 3 අනුපාතයට ඇත. එහි එක් එක් බාහිර කෝණයේ විශාලත්වය වෙන වෙන ම සොයන්න.

බාහිර කෝණවල ඓක්‍යය $= 360^{\circ}$

කෝණ 4 අතර අනුපාතය $= 2 : 2 : 3 : 3$

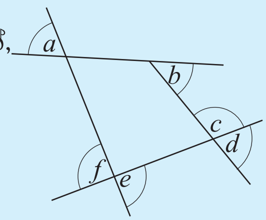
$\therefore$ කුඩා කෝණය $= 360^{\circ} \times \frac{2}{10} = 72^{\circ}$

විශාල කෝණය $= 360^{\circ} \times \frac{3}{10} = 108^{\circ}$

$\therefore$ බාහිර කෝණ $72^{\circ}, 72^{\circ}, 108^{\circ}$ හා 108° වේ.

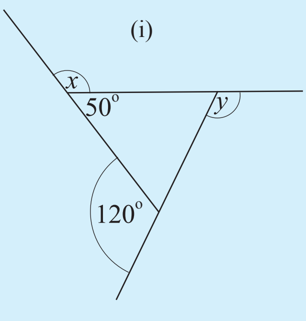
25.2 අභ්‍යාසය

1. මෙම රූපයේ a, b, c, d, e හා f ලෙස දක්වා ඇති කෝණ අතරින්, චතුරස්‍රයේ බාහිර කෝණ වන ඒවා මොනවා දැයි ලියන්න.

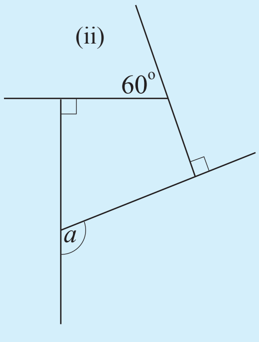


2. පහත සඳහන් එක් එක් බහු-අස්‍රයේ ඉංග්‍රීසි අක්ෂර/ අක්ෂරය මගින් දක්වා ඇති කෝණයේ/කෝණවල විශාලත්ව සොයන්න.

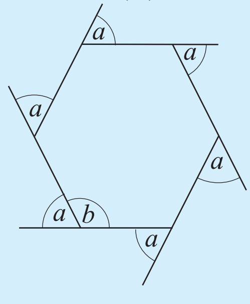
(i)



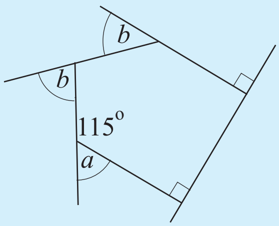
(ii)



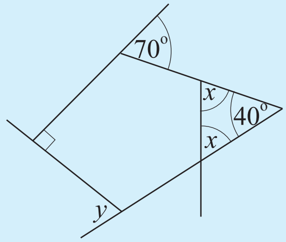
(iii)



(iv)



(v)



3. චතුරස්‍රයක බාහිර කෝණ x^o, $2x^o$, $3x^o$ හා $4x^o$ ලෙස දක්වා ඇත.
   i. එක් එක් බාහිර කෝණයේ විශාලත්වය සොයන්න.
   ii. අභ්‍යන්තර කෝණවල විශාලත්ව ලියන්න.

4. පංචාස්‍රයක බාහිර කෝණ 1 : 1 : 2 : 3 : 3 අනුපාතයට පවතී. එහි එක් එක් බාහිර කෝණයේ විශාලත්වය සොයන්න.

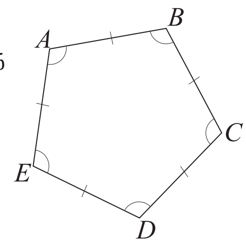
5. ද්වාදශාස්‍රයක බාහිර කෝණ එකිනෙකට සමාන වේ. ඉන් එක් කෝණයක අගය සොයන්න.

6. බාහිර කෝණ එකිනෙකට සමාන වන බහු-අස්‍රයක එක් බාහිර කෝණයක් 18^o කි. එම බහු-අස්‍රයේ පාද ගණන සොයන්න.

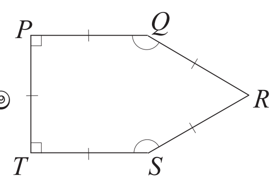
25.3 සවිධි බහු-අස්‍ර

බහු-අස්‍රයක පාද සියල්ල එකිනෙකට සමාන වී, අභ්‍යන්තර කෝණ සියල්ල ද එකිනෙකට සමාන වන විට එම බහු-අස්‍රය **සවිධි බහු-අස්‍රයක්** ලෙස හැඳින්වේ.

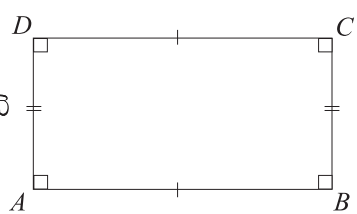
මෙම $ABCDE$ පංචාස්‍රයේ පාද සියල්ල සමාන වේ; අභ්‍යන්තර කෝණ සියල්ල ද සමාන වේ. එබැවින් එය සවිධි පංචාස්‍රයකි.



$PQRST$ පංචාස්‍රයේ පාද සියල්ල සමාන වේ. එහෙත් අභ්‍යන්තර කෝණ සියල්ල එකිනෙකට සමාන නොවේ. එබැවින් මෙම පංචාස්‍රය සවිධි නොවේ.



මෙම $ABCD$ ඍජුකෝණාස්‍රයේ අභ්‍යන්තර කෝණ සියල්ල සමාන වේ; නමුත් පාද අසමාන වේ. එම නිසා එය සවිධි බහු-අස්‍රයක් නොවේ.



සමහර සවිධි බහු-අස්‍ර සඳහා විශේෂ නම් ද ඇත. සවිධි ත්‍රිකෝණයකට **සමපාද ත්‍රිකෝණයක්** යැයි කියනු ලැබේ. එසේම, සවිධි චතුරස්‍රයකට **සමචතුරස්‍රයක්** යැයි කියනු ලැබේ.

නිදසුන 1

සවිධි ෂඩස්‍රයක බාහිර කෝණයක විශාලත්වය සොයා, එමගින් අභ්‍යන්තර කෝණයක අගය සොයන්න.

බාහිර කෝණ 6 හි ඓක්‍යය $= 360^{o}$

$\therefore$ බාහිර කෝණයක විශාලත්වය $= \dfrac{360^{o}}{6} = 60^{o}$

බාහිර කෝණය + අභ්‍යන්තර කෝණය $= 180^{o}$

$\therefore$ 60° + අභ්‍යන්තර කෝණය $= 180^{o}$

$\therefore$ අභ්‍යන්තර කෝණය $= 180^{o} - 60^{o}$

$= \underline{\underline{120^{o}}}$

නිදසුන 2

සවිධි බහු-අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණයක අගය 150^{o} කි. එහි

i. බාහිර කෝණයක විශාලත්වය සොයන්න.
ii. පාද ගණන සොයන්න.

i. බාහිර කෝණයක විශාලත්වය + අභ්‍යන්තර කෝණයක විශාලත්වය $= 180^{\circ}$

$\therefore$ බාහිර කෝණයක විශාලත්වය $+ 150^{o} = 180^{o}$

$\therefore$ බාහිර කෝණයක විශාලත්වය $= 180^{o} - 150^{o} = \underline{\underline{30^{o}}}$

ii. එමනිසා, බහු-අස්‍රයේ පාද ගණන $= \dfrac{360^{o}}{30^{o}} = \underline{\underline{12}}$

25.3 අභ්‍යාසය

1. සවිධි පංචාස්‍රයක බාහිර කෝණයක විශාලත්වය සොයා, එමගින් අභ්‍යන්තර කෝණයක විශාලත්වය සොයන්න.

2. පාද 15ක් ඇති සවිධි බහු-අස්‍රයක බාහිර කෝණයක විශාලත්වය සොයා, එමගින් අභ්‍යන්තර කෝණයක විශාලත්වය සොයන්න.

3. i. බාහිර කෝණයක විශාලත්වය 120^{o} වූ සවිධි බහු-අස්‍රයක පාද ගණන සොයා, එම බහු-අස්‍රය හඳුන්වන සුවිශේෂ නම ලියන්න.

ii. බාහිර කෝණයක විශාලත්වය 90^{o} වූ සවිධි බහු-අස්‍රය හඳුන්වන සුවිශේෂ නම හේතු සහිතව ලියන්න.

iii. බාහිර කෝණයක විශාලත්වය 40^{o} වූ සවිධි බහු-අස්‍රය හඳුන්වන නම ලියන්න.

4. සවිධි බහු-අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණය එහි බාහිර කෝණය මෙන් හතර ගුණයකි. එම බහු-අස්‍රයේ,

i. බාහිර කෝණයක විශාලත්වය සොයන්න.

ii. අභ්‍යන්තර කෝණයක විශාලත්වය සොයන්න.

iii. පාද ගණන සොයන්න.

5. සවිධි බහු-අස්‍රයක බාහිර කෝණය සඳහා ගත හැකි විශාලතම අගය කීය ද? එම අවස්ථාවේ එම බහු-අස්‍රය හඳුන්වන නම කුමක් ද?

සාරාංශය

- පාද n ඇති බහු-අස්‍රයක බාහිර කෝණ ඓක්‍යය 360^{o} කි.
- පාද n ඇති බහු-අස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ ඓක්‍යය = සෘජුකෝණ $(2n - 4)$

26 වීජීය භාග

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට

- වීජීය භාග හඳුනා ගැනීමට
- නිඛිලමය හර සහිත (හරය සමාන/ අසමාන) හා වීජීයමය හර සහිත (හරය සමාන) වීජීය භාග එකතු කිරීමට හා අඩු කිරීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

සංඛ්‍යාත්මක භාග එකතු කිරීමට හා අඩු කිරීමටත්, වීජීය ප්‍රකාශන සුළු කිරීමටත් ඒවායේ වරහන් ඉවත් කිරීමට හා සාධක වෙන් කිරීමටත් අප උගෙන ඇත. උගත් දෑ මතකයට නංවා ගැනීම සඳහා පහත දැක්වෙන පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයේ යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. සුළු කරන්න.

i. $\frac{2}{5} + \frac{1}{5}$ **ii.** $\frac{5}{7} - \frac{2}{7}$ **iii.** $\frac{1}{9} - \frac{2}{9} + \frac{4}{9}$ **iv.** $\frac{12}{13} - \frac{2}{13} - \frac{1}{13}$

2. හිස් කොටුව තුළ ගැළපෙන සංඛ්‍යාව ලියන්න.

i. $\frac{1}{2} - \frac{1}{4}$

$= \frac{1 \times \square}{2 \times 2} - \frac{1}{4}$

$= \frac{\square - 1}{4}$

$= \frac{\square}{4}$

ii. $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$

$= \frac{3 \times \square}{4 \times 3} - \frac{\square \times 4}{3 \times 4}$

$= \frac{\square - \square}{12}$

$= \frac{\square}{12}$

iii. $\frac{4}{5} - \frac{3}{10} - \frac{1}{3}$

$= \frac{4 \times \square}{5 \times 6} - \frac{3 \times \square}{10 \times 3} - \frac{1 \times 10}{3 \times \square}$

$= \frac{\square - \square - 10}{30}$

$= \frac{\square}{30}$

$= \frac{\square \div 5}{30 \div 5}$

$= \frac{\square}{6}$

3. පහත දැක්වෙන වීජීය ප්‍රකාශන සුළු කරන්න.

a. $2x + 3x$ **b.** $3y - y$
c. $5a + 4a + a$ **d.** $5x + 3y + x + 3y$
e. $3y + 2 - y - 2$ **f.** $4n - 1 + 5 - 2n$
g. $-3y + 2 - y - 3 + 2y$ **h.** $5xy - 6xy + 3x + y$

4. ප්‍රසාරණය කර සුළු කරන්න.

a. $2(x + y) + 3x$ **b.** $3(2x - 4y) + 12y$
c. $-(4 - 3x) - 1$ **d.** $2(3x - 2) + 3(x + 2)$
e. $3(m + 1) - 2(2m - 1)$ **f.** $x(x - y) + 2xy$

5. පහත දැක්වෙන එක් එක් ප්‍රකාශය සත්‍ය නම් "✓" ලකුණ ද අසත්‍ය නම් "✗" ලකුණ ද ඉදිරියෙන් ඇති කොටුව තුළ යොදන්න.

a. $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ හි පිළිතුර $\frac{2+1}{3+4}$ සුළු කිරීමට සමාන වේ. ☐

b. භාග දෙකක එකතුය හා අන්තරය ලබා ගැනීමට ඒවායේ ලවයන් සමානව තිබිය යුතු ය; එසේ සමානව නොමැති නම් සමාන කර ගත යුතු ය. ☐

c. ඒකක භාග දෙකක එකතුය ලෙස ලැබෙන භාගයේ ලවය එම භාග දෙකෙහි හරයන්ගේ එකතුය වන අතර හරය ඒවායේ ගුණිතය වේ. ☐

d. අසමාන හර සහිත භාග දෙකක් එකතු කිරීමට හෝ අඩු කිරීමට සකසා ගත යුතු පොදු හරය, මුල් භාග දෙකෙහි හරයන්ගේ කු.පො.ගු. ම විය යුතු ය. ☐

e. භාග දෙකක හරය සහ ලවය එක ම සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමෙන් එම භාගය සරල තුල්‍ය භාගයක් බවට හරවා ගත හැකි ය. ☐

f. භාගයක හරයත් ලවයත් එක ම සංඛ්‍යාවකින් බෙදීමෙන් එම භාගය සරල තුල්‍ය භාගයක් බවට හරවා ගත හැකි ය. ☐

g. $-3x - 2x$ යන්න $(-3x) + (-2x)$ ලෙස සැලකිය හැකි ය. ☐

h. $-3(2x - 5)$ හි වරහන් ඉවත් කිරීම සඳහා $2x$ සහ -5, 3න් ගුණ කළ යුතු ය. ☐

i. $-x - x$ සුළු කළ විට $2x$ වේ. ☐

j. $3x + 4y$ සුළු කළ විට $7xy$ වේ. ☐

වීජීය භාග හැඳින්වීම

යම් භාගයක හරයෙහි හෝ ලවයෙහි හෝ දෙකෙහි ම හෝ වීජීය පදයක් හෝ වීජීය ප්‍රකාශනයක් ඇත් නම් එම භාගය වීජීය භාගයක් ලෙස හැඳින්වේ.

නිදසුන 1

- ලවයෙහි පමණක් වීජීය පදයක් සහිත වීජීය භාග 5ක් ලියන්න.

$$\frac{x}{2}, \frac{3x}{5}, \frac{7y}{20}, \frac{6mn}{3}, \frac{2t^2}{5}$$

- ලවයෙහි පමණක් වීජීය ප්‍රකාශනයක් සහිත වීජීය භාග 5ක් ලියන්න.

$$\frac{x+1}{5}, \frac{2x-1}{3}, \frac{x+y}{2}, \frac{m-n}{7}, \frac{3m-2n-1}{10}$$

- හරයෙහි පමණක් වීජීය පදයක් සහිත වීජීය භාග 5ක් ලියන්න.

$$\frac{3}{x}, \frac{2}{3m}, \frac{5}{2y}, \frac{4}{3xy}, \frac{5}{m^2}$$

- හරයෙහි පමණක් වීජීය ප්‍රකාශනයක් සහිත වීජීය භාග 5ක් ලියන්න.

$$\frac{3}{2x+1}, \frac{2}{a+b}, \frac{5}{2m-n}, \frac{4}{3x-2y}, \frac{1}{3x+cy+2}$$

- හරය හා ලවය යන දෙකෙහි ම වීජීය පද සහිත වීජීය භාග 5ක් ලියන්න.

$$\frac{a}{c}, \frac{2a}{d}, \frac{2m}{3n}, \frac{4x}{5y}, \frac{2xy}{3pq}, \frac{2x^2}{5y^2}$$

- ලවයෙහි වීජීය ප්‍රකාශනත් හරයෙහි වීජීය පදත් සහිත වීජීය භාග 5ක් ලියන්න.

$$\frac{x+1}{2x}, \frac{2a+b}{c}, \frac{3a+d}{4a}, \frac{2x-1}{c}, \frac{4x^2y-a^2}{b}$$

- ලවයෙහි වීජීය පදත් හරයෙහි වීජීය ප්‍රකාශනත් සහිත භාග 5ක් ලියන්න.

$$\frac{x}{2x+5}, \frac{a}{5b+d}, \frac{3c}{a+b}, \frac{4xy}{5x-3}, \frac{a^2}{a-b}$$

- හරය සහ ලවය යන දෙකෙහි ම වීජීය ප්‍රකාශන සහිත වීජීය භාග 5ක් ලියන්න.

$$\frac{x+1}{2x-1}, \frac{x+y}{3x+2y}, \frac{3x-4}{x+1}, \frac{4m-3n}{5m+2n}, \frac{4x-y}{2x+3y-4}$$

26.1 නිඛිලමය හර සහිත වීජීය භාග එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම

නිඛිලමය හරයක් හා ලවයක් සහිත භාග එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම සිදු කළ ආකාරයට ම වීජීය භාග එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම කළ හැකි ය.

නිදසුන 1

සුළු කරන්න $\frac{5x}{9} + \frac{2x}{9}$.

$$\frac{5x}{9} + \frac{2x}{9} = \frac{5x + 2x}{9} \quad \text{(භාග දෙකෙහි ම හරය සමාන නිසා)}$$

$$= \underline{\underline{\frac{7x}{9}}}$$

නිදසුන 2

සුළු කරන්න $\frac{5y}{7} - \frac{3y}{7}$.

$$\frac{5y}{7} - \frac{3y}{7} = \frac{5y - 3y}{7} \quad \text{(භාග දෙකෙහි ම හරය සමාන නිසා)}$$

$$= \underline{\underline{\frac{2y}{7}}}$$

නිදසුන 3

සුළු කරන්න $\frac{4x}{15} + \frac{7x}{15} - \frac{2x}{15}$.

$$\frac{4x}{15} + \frac{7x}{15} - \frac{2x}{15} = \frac{11x - 2x}{15} \quad \text{(භාග දෙකෙහි ම හරය සමාන නිසා)}$$

$$= \frac{9x}{15} = \frac{3x}{5} \quad \text{(9 හා 15හි මහා පොදු සාධකය වන 3න් බෙදීමෙන්)}$$

නිදසුන 4

සුළු කරන්න $\frac{x + 1}{5} + \frac{x + 2}{5}$.

$$\frac{x + 1}{5} + \frac{x + 2}{5} = \frac{x + 1 + x + 2}{5} \quad \text{(භාග දෙකෙහි ම හරය සමාන නිසා)}$$

$$= \frac{x + x + 1 + 2}{5}$$

$$= \underline{\underline{\frac{2x + 3}{5}}}$$

නිදසුන 5

සුළු කරන්න $\frac{2b+3}{7} - \frac{b+2}{7}$.

$\frac{2b+3}{7} - \frac{b+2}{7} = \frac{2b+3-(b+2)}{7}$ (අඩු කරන වීජීය ප්‍රකාශනය වරහන් තුළ ලිවීම කළ යුතු ය)

$= \frac{2b+3-b-2}{7}$

$= \frac{2b-b+3-2}{7}$

$= \frac{b+1}{7}$

නිදසුන 6

සුළු කරන්න $\frac{7c+1}{8} - \frac{2c+1}{8} - \frac{c-2}{8}$.

$\frac{7c+1}{8} - \frac{2c+1}{8} - \frac{c-2}{8} = \frac{7c+1-(2c+1)-(c-2)}{8}$

$= \frac{7c+1-2c-1-c+2}{8}$

$= \frac{4c+2}{8}$

$= \frac{2(2c+1)}{8}$

$= \frac{2c+1}{4}$

26.1 අභ්‍යාසය

1. සුළු කර, පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

a. $\frac{a}{5} + \frac{a}{5}$ **b.** $\frac{3d}{15} + \frac{2d}{15}$ **c.** $\frac{2t}{3} - \frac{t}{3}$

d. $\frac{7k}{8} - \frac{3k}{8}$ **e.** $\frac{3k}{7} + \frac{2k}{7} + \frac{k}{7}$ **f.** $\frac{5h}{9} - \frac{2h}{9} - \frac{h}{9}$

g. $\frac{7v}{10} - \frac{3v}{10} + \frac{v}{10}$ **h.** $\frac{x}{8} - \frac{3x}{8}$ **i.** $\frac{p}{9} - \frac{4q}{9} - \frac{5p}{9}$

2. සුළු කර, පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

a. $\dfrac{3y+1}{5} + \dfrac{2y+2}{5}$ **b.** $\dfrac{4m-1}{7} + \dfrac{3m-2}{7}$ **c.** $\dfrac{5n+3}{8} + \dfrac{2n-1}{8}$

d. $\dfrac{5c-2}{10} + \dfrac{3c+4}{10}$ **e.** $\dfrac{6d+1}{10} - \dfrac{2d-3}{10}$

f. $\dfrac{3x+1}{6} - \dfrac{2x-3}{6} + \dfrac{x+4}{6}$

26.2 අසමාන නිඛිලමය හර සහිත වීජීය භාග එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම

මෙහි දී $\dfrac{x}{6} + \dfrac{3x}{4}$ වැනි අසමාන නිඛිලමය හර සහිත වීජීය භාග සුළු කිරීම පිළිබඳ ව අපි සලකා බලමු. මෙවැනි භාග සුළු කිරීම ද සංඛ්‍යාත්මක භාග සුළු කළ ආකාරයට ම සිදු කළ හැකි ය. දී ඇති භාගවල හරයන්ගේ පොදු ගුණාකාරයක් පොදු හරය ලෙස ගත හැකි ය. එහෙත් එම හරවල ඇති සංඛ්‍යාවල කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය පොදු හරය ලෙස ගැනීමෙන් සුළු කිරීම පහසු වේ.

නිදසුනක් ලෙස, ඉහත භාග දෙකෙහි හරවල ඇත්තේ 6 හා 4 යි. ඒවායේ කුඩා ම පොදු ගුණාකාරය 12 වේ. එමනිසා, එක් එක් භාගයේ හරය 12 ලැබෙන පරිදි මුලින් ම සකසා ගත යුතු ය. $\dfrac{x}{6}$ හි හරය 12 ලැබීම සඳහා එහි හරය හා ලවය 2න් ගුණ කළ යුතු ය. (මෙම 2 ලැබෙනුයේ $\dfrac{12}{6}$ න් බව නිරීක්ෂණය කරන්න). එසේ ම, $\dfrac{3x}{4}$ හි හරයට 12 ලැබීම සඳහා එහි හරය හා ලවය 3න් ගුණ කළ යුතු ය (මෙහි 3 ලැබෙනුයේ $\dfrac{12}{4}$ න් බව නිරීක්ෂණය කරන්න). ඒ අනුව, දී ඇති භාග දෙක සුළු කිරීම සඳහා මෙසේ ලිවිය හැකි ය.

$$\frac{x}{6} + \frac{3x}{4} = \frac{2}{2} \times \frac{x}{6} + \frac{3}{3} \times \frac{3x}{4}$$

මෙම භාගවල හර හා ලව සුළු කළ විට මෙසේ ලැබේ.

$$\frac{2x}{12} + \frac{9x}{12}$$

දැන්, භාග දෙකෙහි ම එක ම පොදු හරය ඇති නිසා, එය මෙසේ ලිවිය හැකි ය.

$$\frac{2x+9x}{12}$$

මෙය සුළු කළ විට $\dfrac{11x}{12}$ ලැබේ.

මේ අනුව, $\dfrac{x}{6} + \dfrac{3x}{4} = \dfrac{11x}{12}$ ලෙස සුළු කළ හැකි ය.

නිදසුන 1

$\dfrac{2y}{5} + \dfrac{y}{4}$ සුළු කරන්න.

$\dfrac{2y}{5} + \dfrac{y}{4} = \dfrac{4 \times 2y}{4 \times 5} + \dfrac{5 \times y}{5 \times 4}$ (5 හා 4හි කු.පො.ගු. 20 නිසා පොදු හරය 20 වන සේ තුල්‍ය භාග ලබා ගැනීම)

$= \dfrac{8y}{20} + \dfrac{5y}{20}$

$= \dfrac{13y}{20}$

නිදසුන 2

$\dfrac{2t}{3} - \dfrac{t}{2}$ සුළු කරන්න.

$\dfrac{2t}{3} - \dfrac{t}{2} = \dfrac{2 \times 2t}{2 \times 3} - \dfrac{3 \times t}{3 \times 2}$ (3 හා 2හි කු.පො.ගු. 6 නිසා පොදු හරය 6 වන සේ තුල්‍ය භාග ලබා ගැනීම)

$= \dfrac{4t}{6} - \dfrac{3t}{6}$

$= \dfrac{t}{6}$

නිදසුන 3

$\dfrac{3v}{2} - \dfrac{4v}{5} + \dfrac{3v}{4}$ සුළු කරන්න.

$\dfrac{3v}{2} - \dfrac{4v}{5} + \dfrac{3v}{4} = \dfrac{10 \times 3v}{10 \times 2} - \dfrac{4 \times 4v}{4 \times 5} + \dfrac{5 \times 3v}{5 \times 4}$ (2, 4 හා 5 හි කු.පො.ගු. 20 නිසා පොදු හරය 20 වන සේ තුල්‍ය භාග ලබා ගැනීම)

$= \dfrac{30v}{20} - \dfrac{16v}{20} + \dfrac{15v}{20}$

$= \dfrac{29v}{20}$

හර අසමාන විට දී අසමාන හරයන්ගේ කු.පො.ගු. පොදු හරය වන සේ සකසා ගැනීමෙන් සුළු කිරීම පහසු බව ඉහත නිදසුන් හැදෑරීමේ දී ඔබ නිරීක්ෂණය කරන්නට ඇත. වීජීය ප්‍රකාශනයක් සංඛ්‍යාවකින් ගුණ කිරීමට ඇති අවස්ථා දැන් සලකා බලමු. මෙහි දී වීජීය ප්‍රකාශන වරහන් තුළ ලිවීමට සිහි තබා ගැනීම වැදගත් ය.

නිදසුන 4

$\dfrac{x+1}{2} + \dfrac{2x+1}{3}$ සුළු කරන්න. (2 හා 3හි කු.පො.ගු. 6 වේ)

$$\frac{x+1}{2} + \frac{2x+1}{3} = \frac{3(x+1)}{3\times 2} + \frac{2(2x+1)}{2\times 3}$$ (වීජීය ප්‍රකාශනය වරහන් තුළ ලිවීම)

$$= \frac{3x+3}{6} + \frac{4x+2}{6}$$ (වරහන් ඉවත් කිරීම)

$$= \frac{3x+3+4x+2}{6}$$

$$= \underline{\underline{\frac{7x+5}{6}}}$$

නිදසුන 5

$$\frac{5y-1}{6} - \frac{3y-2}{4}$$

$$\frac{5y-1}{6} - \frac{3y-2}{4} = \frac{2(5y-1)}{2\times 6} - \frac{3(3y-2)}{3\times 4}$$ (4 හා 6හි කු.පො.ගු. = 12 වේ)

$$= \frac{2(5y-1)}{12} - \frac{3(3y-2)}{12}$$

$$= \frac{2(5y-1)-3(3y-2)}{12}$$

$$= \frac{10y-2-9y+6}{12}$$ (2න් හා − 3න් ගුණ කර වරහන් ඉවත් කිරීම)

$$= \underline{\underline{\frac{y+4}{12}}}$$

නිදසුන 6

$\dfrac{3m+2n}{5} - \dfrac{2m-n}{10} - \dfrac{3m-2n}{15}$ සුළු කරන්න.

$= \dfrac{6\,(3m+2n)}{6 \times 5} - \dfrac{3\,(2m-n)}{3 \times 10} - \dfrac{2\,(3m-2n)}{2 \times 15}$ (5,10, 15හි කු.පො.ගු. 30 වේ)

$= \dfrac{6\,(3m+2n)}{30} - \dfrac{3\,(2m-n)}{30} - \dfrac{2\,(3m-2n)}{30}$

$= \dfrac{18m + 12n - 6m + 3n - 6m + 4n}{30}$

$= \dfrac{6m+19n}{30}$

26.2 අභ්‍යාසය

1. සුළු කර, පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

a. $\dfrac{a}{3} + \dfrac{a}{6}$ **b.** $\dfrac{b}{4} + \dfrac{b}{12}$ **c.** $\dfrac{5x}{3} - \dfrac{x}{6}$

d. $\dfrac{3y}{4} - \dfrac{5y}{16}$ **e.** $\dfrac{a}{2} + \dfrac{a}{3}$ **f.** $\dfrac{c}{3} - \dfrac{c}{4}$

g. $\dfrac{3n}{7} + \dfrac{n}{5}$ **h.** $\dfrac{3d}{10} + \dfrac{2d}{15}$ **i.** $\dfrac{5m}{6} - \dfrac{3m}{10}$

2. සුළු කර, පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

a. $\dfrac{a}{2} + \dfrac{a}{3} + \dfrac{a}{4}$ **b.** $\dfrac{c}{5} + \dfrac{3c}{10} + \dfrac{2c}{15}$

c. $\dfrac{3x}{5} + \dfrac{x}{6} - \dfrac{2x}{15}$ **d.** $\dfrac{3n}{4} - \dfrac{3n}{8} - \dfrac{n}{2}$

3. සුළු කර, සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

a. $\dfrac{2a}{5} + \dfrac{3a-2}{6}$ **b.** $\dfrac{2b-1}{8} + \dfrac{3b}{12}$

c. $\dfrac{3c+2}{6} + \dfrac{2c-1}{9}$ **d.** $\dfrac{5t-3}{10} - \dfrac{3t}{15}$

e. $\dfrac{2m-n}{12} - \dfrac{3m+n}{9}$ **f.** $\dfrac{3y+1}{10} + \dfrac{2y-1}{5} + \dfrac{4-y}{20}$

g. $\dfrac{3x-y}{4} + \dfrac{2x+y}{6} - \dfrac{5x-2y}{3}$ **h.** $\dfrac{3y+2}{3} - \dfrac{y-1}{4} - \dfrac{2y-3}{8}$

26.3 සමාන වීජීය හර සහිත වීජීය භාග එකතු කිරීම හා අඩු කිරීම

මෙවැනි වීජීය භාග සඳහා නිදසුනක් ලෙස, $\frac{2}{5x} + \frac{1}{5x}$ දැක්විය හැකි ය. මෙම භාගවල හර වීජීය පද වුවත් ඒවා සමාන නිසා, සාමාන්‍ය භාග සුළු කරන ආකාරයට ම සුළු කිරීම කළ හැකි ය. ඒ අනුව,

$$\frac{2}{5x} + \frac{1}{5x} = \frac{2+1}{5x}$$

$$= \frac{3}{5x}$$

ලෙස සුළු කළ හැකි ය.

නිදසුන 1

$\frac{4}{7m} + \frac{2}{7m}$ සුළු කරන්න.

$$\frac{4}{7m} + \frac{2}{7m} = \frac{4+2}{7m}$$

$$= \frac{6}{7m}$$

නිදසුන 2

$\frac{5}{6n} - \frac{1}{6n}$ සුළු කරන්න.

$$\frac{5}{6n} - \frac{1}{6n} = \frac{5-1}{6n}$$

$$= \frac{4}{6n}$$ (පොදු සාධකය වන 2න් බෙදා සරල කිරීම)

$$= \frac{2}{3n}$$

නිදසුන 3

$\frac{3a}{4b} + \frac{1}{4b} - \frac{a}{4b}$ සුළු කරන්න.

$$\frac{3a}{4b} + \frac{1}{4b} - \frac{a}{4b} = \frac{3a+1-a}{4b}$$ (පොදු හරය $4b$ වේ)

$$= \frac{2a+1}{4b}$$

නිදසුන 4

$\frac{3}{x+1} + \frac{2}{x+1}$ සුළු කරන්න.

මෙහි හරවල වීජීය ප්‍රකාශන ඇතත් ඒවා සමාන නිසා ඉහත පරිදි ම සුළු කළ හැකි ය.

$$\frac{3}{x+1} + \frac{2}{x+1} = \frac{3+2}{x+1}$$

$$= \frac{5}{x+1}$$

නිදසුන 5

$\dfrac{7}{x-3} - \dfrac{4}{x-3}$ සුළු කරන්න.

$\dfrac{7}{x-3} - \dfrac{4}{x-3} = \dfrac{7-4}{x-3}$ (පොදු හරය $x-3$ වේ)

$= \underline{\underline{\dfrac{3}{x-3}}}$

26.3 අභ්‍යාසය

1. සුළු කර, පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

a. $\dfrac{5}{a} + \dfrac{2}{a}$ **b.** $\dfrac{8}{x} + \dfrac{2}{x}$ **c.** $\dfrac{3}{y} - \dfrac{1}{y}$

d. $\dfrac{4}{3y} - \dfrac{2}{3y}$ **e.** $\dfrac{3}{5t} + \dfrac{2}{5t}$ **f.** $\dfrac{1}{2k} + \dfrac{5}{2k}$

g. $\dfrac{7}{2n} + \dfrac{3}{2n} - \dfrac{1}{2n}$ **h.** $\dfrac{8}{3v} - \dfrac{4}{3v} - \dfrac{1}{3v}$ **i.** $\dfrac{5}{m} + \dfrac{2}{m} + \dfrac{1}{m}$

j. $\dfrac{8}{7xy} - \dfrac{8}{7xy} + \dfrac{8}{7xy}$

2. සුළු කර, පිළිතුර සරල ම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

a. $\dfrac{5}{m+3} + \dfrac{2}{m+3}$ **b.** $\dfrac{8}{n+5} + \dfrac{3}{n+5}$ **c.** $\dfrac{4}{a+b} + \dfrac{6}{a+b}$

d. $\dfrac{4x}{x+2y} + \dfrac{x+y}{x+2y}$ **e.** $\dfrac{9h}{x+y} - \dfrac{7h-2}{x+y}$ **f.** $\dfrac{3x+y}{x-3y} - \dfrac{2x+4y}{x-3y}$

26.4 හරයේ හා ලවයේ වීජීය ප්‍රකාශන සහිත වීජීය භාග සුළු කිරීම

නිදසුන 1

$\dfrac{5x}{2x+1} + \dfrac{3x}{2x+1}$ සුළු කරන්න.

$\dfrac{5x}{2x+1} + \dfrac{3x}{2x+1} = \dfrac{5x+3x}{2x+1}$ (පොදු හරය $2x+1$ වේ)

$= \underline{\underline{\dfrac{8x}{2x+1}}}$

නිදසුන 2

$\dfrac{7y}{3y-1} - \dfrac{2y}{3y-1}$ සුළු කරන්න.

$$\frac{7y}{3y-1} - \frac{2y}{3y-1} = \frac{7y-2y}{3y-1} \quad \text{(පොදු හරය } 3y-1 \text{ වේ)}$$

$$= \underline{\underline{\frac{5y}{3y-1}}}$$

නිදසුන 3

$\dfrac{2x-1}{5x+1} + \dfrac{3x+2}{5x+1}$ සුළු කරන්න.

$$\frac{2x-1}{5x+1} + \frac{3x+2}{5x+1} = \frac{2x-1+3x+2}{5x+1} \quad \text{(පොදු හරය } 5x+1 \text{ වේ)}$$

$$= \frac{2x+3x-1+2}{5x+1}$$

$$= \frac{5x+1}{5x+1}$$

$$= \underline{\underline{1}}$$

නිදසුන 4

$\dfrac{9m-1}{5m-1} + \dfrac{3m}{5m-1} - \dfrac{2m+1}{5m-1}$ සුළු කරන්න.

$$\frac{9m-1}{5m-1} + \frac{3m}{5m-1} - \frac{2m+1}{5m-1} = \frac{9m-1+3m-(2m+1)}{5m-1}$$

(අඩු කරන වීජීය ප්‍රකාශන වරහන් තුළ ලිවිය යුතු ය)

$$= \frac{9m-1+3m-2m-1}{5m-1}$$

(− ලකුණින් ගුණ කර වරහන ඉවත් කිරීම)

$$= \frac{10m-2}{5m-1}$$

$$= \frac{2(5m-1)}{(5m-1)}$$

(ලවයේ පොදු සාධකය වෙන් කර ලියා සුළු කිරීම)

$$= \underline{\underline{2}}$$

26.4 අභ්‍යාසය

සුළු කර, පිළිතුර සරලම ආකාරයෙන් දක්වන්න.

a. $\dfrac{k}{3k-1} + \dfrac{2}{3k-1}$

b. $\dfrac{2h}{5h-2} - \dfrac{h}{5h-2}$

c. $\dfrac{3t}{3t-1} - \dfrac{1}{3t-1}$

d. $\dfrac{2k+1}{5k+1} - \dfrac{k-2}{5k+1}$

e. $\dfrac{2y}{3y+2} - \dfrac{y}{3y+2} + \dfrac{1}{3y+2}$

f. $\dfrac{2a+1}{5a-2} - \dfrac{3a}{5a-2} - \dfrac{3}{5a-2}$

g. $\dfrac{8m+10}{2m+3} - \dfrac{4m+1}{2m+3} + \dfrac{2m}{2m+3}$

h. $\dfrac{m}{m+n} - \dfrac{m-n}{m+n} - \dfrac{m-n}{m+n}$

27 පරිමාණ රූප

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- දිගංශය හඳුනා ගැනීමට,
- දිගංශය හා දුර දී ඇති විට තිරස් තලයක පිහිටීම්වල පරිමාණ රූප ඇඳ, නොදන්නා රාශි සෙවීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

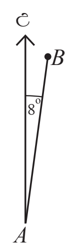
27.1 දිගංශය

දිගංශය යනු තිරස් තලයේ පිහිටීමක්, දිශාවක් ඇසුරෙන් දැක්වීමට යොදා ගන්නා තවත් මිනුමකි.

A ලක්ෂ්‍යයේ සිට *B* ලක්ෂ්‍යයේ දිගංශය යනු *A* ලක්ෂ්‍යයේ සිට උතුරු දිශාවෙන් පටන් ගෙන දක්ෂිණාවර්තව *B* පිහිටි දිශාවට හැරීමේ දී ලැබෙන කෝණයයි.

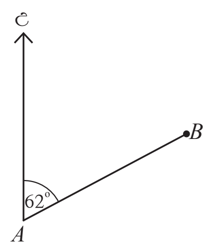
පහත දැක්වෙන්නේ *A* හා *B* හි වෙනස් පිහිටීම් කිහිපයක් සඳහා දිගංශ පෙන්වා ඇති ආකාරයයි. දිගංශය දැක්වීමේ දී සෑම විට ම සංඛ්‍යාංක තුනකින් දක්වා ඇති බව ද නිරීක්ෂණය කරන්න.

i.



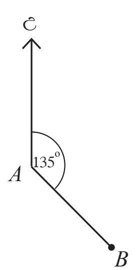
A සිට *B*හි දිගංශය 008°

ii.



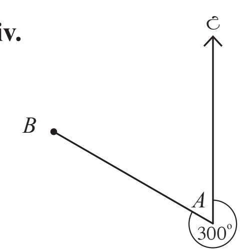
A සිට *B*හි දිගංශය 062°

iii.



A සිට *B*හි දිගංශය $= 135^\circ$

iv.



A සිට *B*හි දිගංශය 300°

දිගංශය සැම විට ම 360^{o} ට වඩා අඩු අගයක් ගන්නා බැවින් උපරිම වශයෙන් තිබිය හැක්කේ සංඛ්‍යාංක තුනකි. එබැවින් දිගංශය සංඛ්‍යාංක තුනකින් සමන්විත වන සේ ලියා දැක්වීම සාමාන්‍ය සිරිතයි. භ්‍රමණ කෝණය 1^{o}, 2^{o}, ..., 9^{o} යන දිගංශ 001^{o}, 002^{o}, ..., 009^{o} ලෙස ද 10^{o}, 11^{o}, ..., 99^{o} යන දිගංශ 010^{o}, 011^{o}, ..., 099^{o} ලෙස ද ලියනු ලැබේ.

මේ අනුව දිගංශය,

i. උතුරු දිශාවේ සිට මැනීම ආරම්භ කෙරේ.

ii. මැනීමේ දී භ්‍රමණය දක්ෂිණාවර්තව සිදු කෙරේ.

iii. සංඛ්‍යාංක තුනකින් සමන්විත වන සේ ලියනු ලැබේ.

මාලිමාවක් මගින් උතුරු දිශාව පහසුවෙන් හඳුනා ගත හැකි බැවින් නාවික හා ගුවන් ගමනාගමන කටයුතුවල දී මෙම මිනුම බහුලව භාවිත කරනු ලැබේ. පහත දැක්වෙන නිදසුන් අධ්‍යයනය කිරීමෙන් දිගංශය පිළිබඳ අවබෝධය පුළුල් කර ගත හැකි ය.

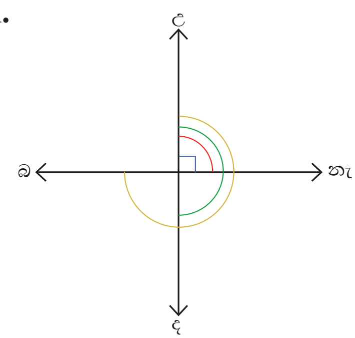
නිදසුන 1

1. i. ප්‍රධාන දිශා හතරෙහි

ii. අනුදිශා හතරෙහි

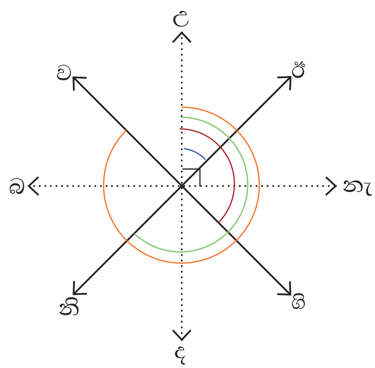
පිහිටීම දිගංශය ඇසුරෙන් දක්වන්න.

i.



දිශාව	දිගංශය
උතුර	000^{o}
නැගෙනහිර	090^{o}
දකුණ	180^{o}
බටහිර	270^{o}

ii.

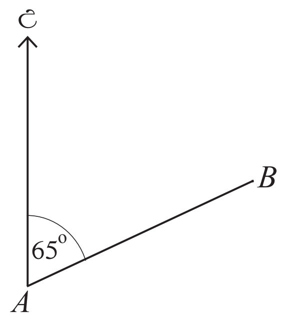


දිශාව	දිගංශය
ඊසාන	045^{o}
ගිනිකොන	135^{o}
නිරිත	225^{o}
වයඹ	315^{o}

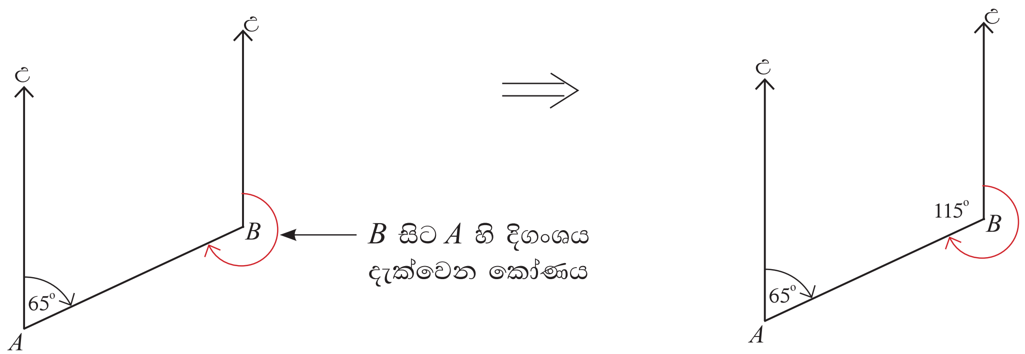
නිදසුන 2

A සිට Bහි දිගංශය 065° කි. මෙම තොරතුර දළ රූප සටහනක දක්වා B සිට A හි දිගංශය සොයන්න.

A සිට Bහි දිගංශය 065° ක් නිසා Aහි දී ඇඳි උතුරු දිශාවේ සිට AB තෙක් දක්ෂිණාවර්තව භ්‍රමණය වීමේ දී සෑදෙන කෝණය 65°කි.



දැන්, B සිට Aහි දිගංශය සෙවීම සඳහා B සිට උතුර දැක්වෙන රේඛාවක් ඇඳ, එම රේඛාව B වටා BA දිශාව දක්වා දක්ෂිණාවර්තව භ්‍රමණය වීමේ දී සෑදෙන කෝණය සෙවිය යුතු ය.



A හා Bහි දී උතුර දැක්වෙන රේඛා සමාන්තර වේ. එම රේඛා AB තීර්යක් රේඛාවෙන් ඡේදනය වී සෑදෙන මිත්‍ර කෝණ යුගලය පරිපූරක වේ. එමගින් 115° හි අගය සොයා ඇත.

ලක්ෂ්‍යයක් වටා කෝණවල එකතුව 360° බැවින්,

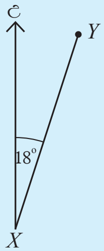
B සිට A හි දිගංශය $= 360^{\circ} - 115^{\circ}$

$= \underline{\underline{245^{\circ}}}$

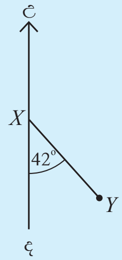
27.1 අභ්‍යාසය

1. පහත දැක්වෙන එක් එක් අවස්ථාවන්හි X සිට Yහි දිගංශය සොයන්න.

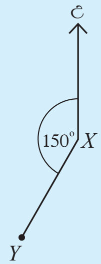
i.



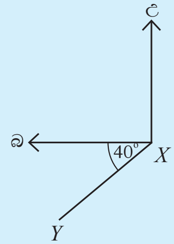
ii.



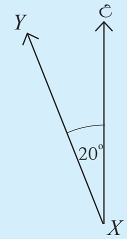
iii.



iv.



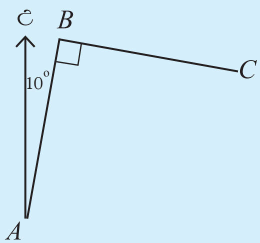
v.



2. කෝණමානය භාවිතයෙන් කෝණ මැන ගනිමින් පහත දැක්වෙන එක් එක් දිගංශය රූප සටහනක් මගින් දක්වන්න.

i. E සිට Fහි දිගංශය 005° කි.
ii. P සිට Qහි දිගංශය 075° කි.
iii. M සිට Nහි දිගංශය 105° කි.
iv. J සිට Hහි දිගංශය 270° කි.
v. C සිට Dහි දිගංශය 310° කි.

3. රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරුවලට අනුව,



i. A සිට B හි දිගංශය
ii. B සිට A හි දිගංශය
iii. C සිට B හි දිගංශය

සොයන්න.

4. ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයකි. A ට උතුරින් B පිහිටා ඇත.

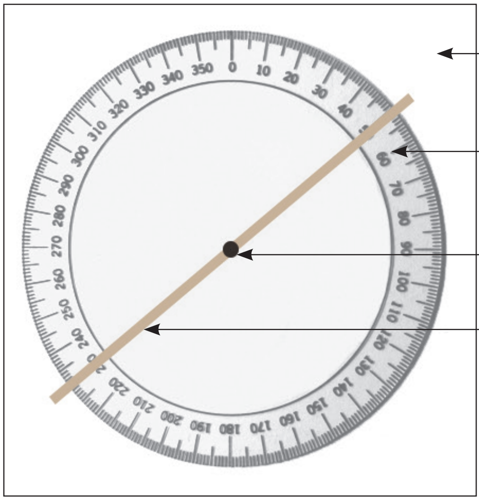
i. මෙම තොරතුරු දළ රූපයක දක්වන්න.
ii. ඒ ඇසුරෙන් පහත දැක්වෙන දිගංශ සොයන්න.

a. A සිට B හි **b.** A සිට C හි **c.** B සිට C හි
d. C සිට B හි **e.** C සිට A හි **f.** B සිට A හි

27.2 කෝණ මනුව

දිගංශය හා දුර ඇසුරෙන් තිරස් තලයේ පිහිටීමක් විස්තර කළ හැකි ය. ඒ සඳහා දිගංශය සොයා ගැනීමට කෝණ මනුවක් භාවිත කළ හැකි ය.

කෝණ මනුව



නිදසුනක් ලෙස,
A නම් ස්ථානයක සිට *B* නම් ස්ථානයක පිහිටීම විස්තර කළ යුතු යැයි සිතන්න.

- *A* ස්ථානයේ තිරස් ලෑල්ලක් සහිත මේසයක් මත මාලිමාවක් තබා මේසය මත උතුරු දිශාව ලකුණු කර ගන්න.

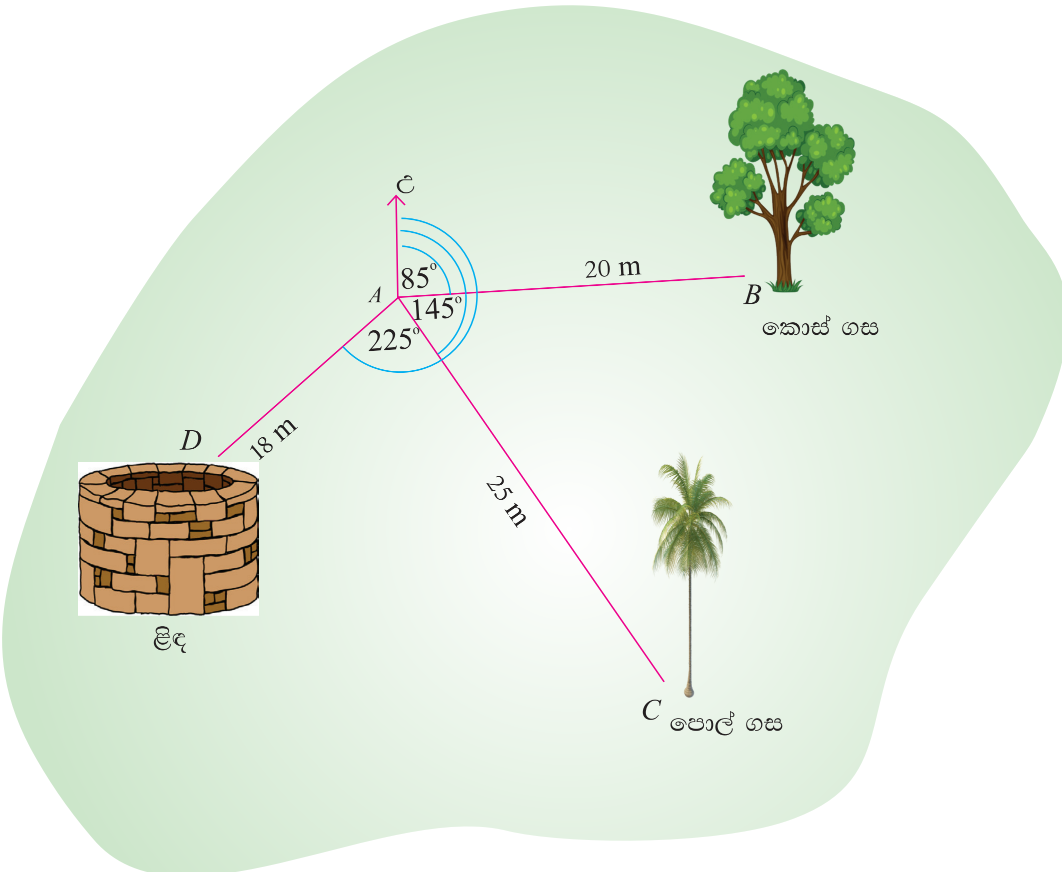
- ඉන් පසු සකසා ගත් කෝණ මනුව මේසය මත තබා (තිරස් තලයක් මත) උතුරු දිශාවට "0" පාඨාංකය වන සේ සකසා ගන්න.

- බීම බටය තුළින් බලමින් *B* ස්ථානය නිරීක්ෂණය කළ හැකි වන සේ බටය භ්‍රමණය කර දක්ෂිණාවර්ත භ්‍රමණ කෝණය මැන ගන්න. එය අංක තුනකින් සමන්විත වන සේ ලියා ගත් විට අවශ්‍ය ස්ථානයේ දිගංශය ලැබේ.

- මිනුම් පටියක් ආධාරයෙන් කෝණ මනුව ඇති *A* ස්ථානයේ සිට පිහිටීම විස්තර කළ යුතු *B* ස්ථානයට දුර මැන ගැනීමෙන්, දිගංශය හා දුර ඇසුරෙන් අවශ්‍ය ස්ථානයේ පිහිටීම විස්තර කළ හැකි ය.

පහත රූපය මගින් A ස්ථානයේ සිට B, C හා D ස්ථානවල දිගංශ ලියන්න.

නිදසුන 1

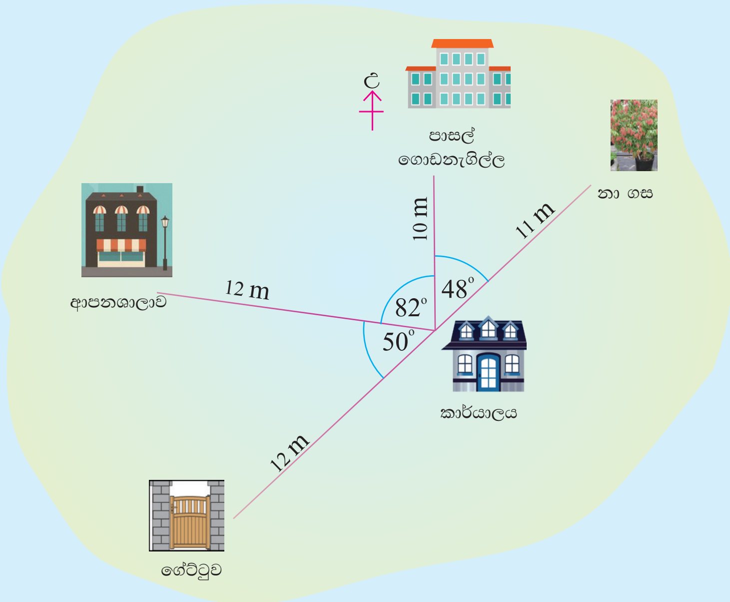


නිරීක්ෂණය කළ දේ	දිගංශය	දුර
කොස් ගස (B)	085°	20 m
පොල් ගස (C)	145°	25 m
ළිඳ (D)	225°	18 m

දැන්, පහත අභ්‍යාසයේ නිරත වන්න.

27.2 අභ්‍යාසය

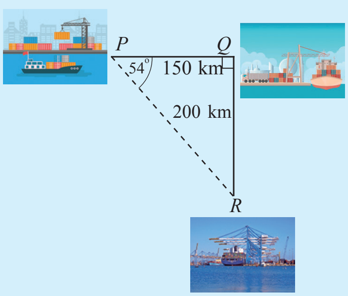
1. මෙහි දැක්වෙන්නේ පාසල් බිමක දළ සැලැස්මකි.



දිගංශ ඇසුරෙන් පහත දැක්වෙන පිහිටීම් විස්තර කරන්න.

- **i.** පාසල් කාර්යාලයේ සිට නා ගසේ පිහිටීම
- **ii.** පාසල් කාර්යාලයේ සිට ගේට්ටුවේ පිහිටීම
- **iii.** පාසල් කාර්යාලයේ සිට ආපනශාලාවේ පිහිටීම

2. එක ම සාගරයක පිහිටි වරාය තුනක් P, Q හා R මගින් දැක්වේ. P ට නැගෙනහිරින් Q පිහිටයි. නැවකට,



- **i.** P වරායේ සිට R වරායට Q හරහා යාත්‍රා කිරීමට
- **ii.** P සිට R වරායට කෙළින් ම යාත්‍රා කිරීමට

අවශ්‍ය මාර්ග විස්තරයක් දිගංශය හා දුර ඇසුරෙන් දක්වන්න.

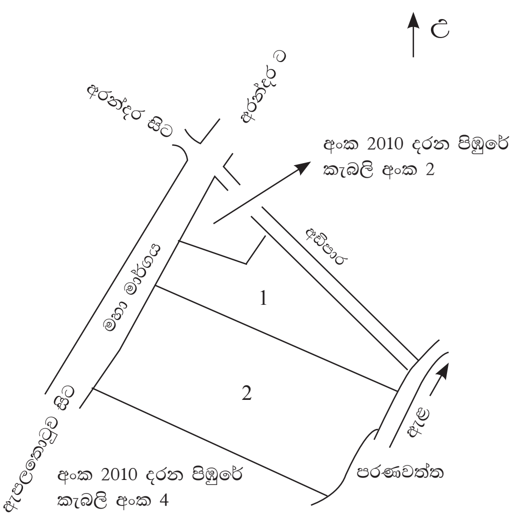
3. කොළඹ සිට එක්තරා ගුවන් තොටුපළක් බලා පියාසර කිරීමට නියමිත ගුවන් යානයක නියමුවකුට උපදෙස් ලැබී ඇත්තේ කොළඹ සිට 020° දිගංශයකින් 100 kmක දුරක් යානාව පදවා, ඉන් අනතුරුව 080° දිගංශයකින් තවත් 100 kmක දුරක් යානය පදවන ලෙස ය.

i. මෙම තොරතුරු දළ සටහනක දක්වන්න.
ii. එම ගුවන් තොටුපළෙහි සිට කොළඹට එම මාර්ගයේ ම පියාසර කිරීම සඳහා නියමුවාට දිය යුතු මාර්ග විස්තරය ලියා දක්වන්න.

27.3 තිරස් තලයේ පරිමාණ රූප

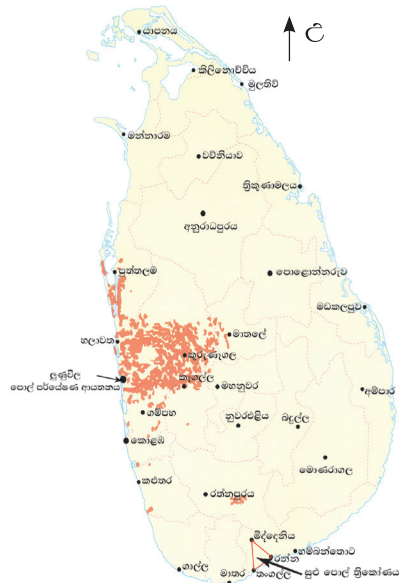
පහත දැක්වෙන්නේ තිරස් තලයේ පරිමාණ රූප සඳහා නිදසුන් දෙකකි.

පිඹුරු අංකය: 103



පරිමාණය 1 : 1000

පොල් වගාව ව්‍යාප්ත ප්‍රදේශ



පරිමාණය 1 : 3300000

සෑම පරිමාණ රූපයක ම එය ඇඳ ඇති පරිමාණය මෙන් ම උතුරු දිශාව ද සටහන් කර ඇත. පරිමාණ රූපයක දැක්වෙන පරිමාණයෙන් (අනුපාතයෙන්) දැක්වෙන දෑ කුමක් ද යන්න පැහැදිලිව තේරුම් ගැනීම ඉතා වැදගත් ය.

පරිමාණයට ඇඳ ඇති රූපයක පරිමාණයෙන්, පරිමාණ රූපයේ ස්ථාන දෙකක් අතර දුරෙහිත් සැබෑ ස්ථාන දෙක අතර දුරෙහිත් අනුපාතය දැක්වේ. නිදසුනක් ලෙස, 1 : 500 000 පරිමාණයෙන් අදහස් වන්නේ පරිමාණ රූපයේ 1 cmකින් 500 000 cm ක සැබෑ දිගක් දැක්වෙන බවයි. වෙනත් අයුරකින් පැවසුව හොත්, පරිමාණ රූපයේ සෑම ලක්ෂ්‍ය දෙකක් අතර ම ඇති දුර එම ලක්ෂ්‍ය දෙක අතර ඇති සැබෑ දුරෙන් $\frac{1}{500\,000}$ පංගුවක් බවයි. තව ද සෙන්ටිමීටර 500 000ක් කිලෝමීටර 5කට සමාන වන බැවින්

පරිමාණ රූපයේ 1 cmකින් දැක්වෙන සැබෑ දිග 5 km ක් ලෙස ද පැවසිය හැකි ය.
දැන්, තිරස් තලයක පරිමාණ රූපයක් අඳින අයුරු නිදසුන් කීපයක් ඇසුරෙන් සලකා බලමු.

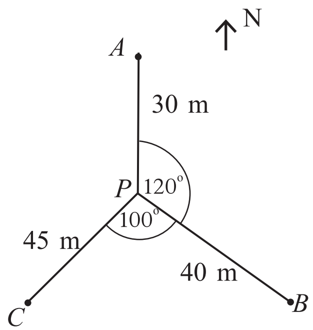
නිදසුන 1

ත්‍රිකෝණාකාර බිම් කොටසක ශීර්ෂ A, B හා C වේ. මෙම බිම් කොටස තුළ පිහිටි P නම් ස්ථානයේ සිට ශීර්ෂවල පිහිටීම් පහත දැක්වෙන පරිදි වේ.

P සිට
- 000^{o} දිගංශයකින් හා 30 m දුරින් A පිහිටා ඇත.
- 120^{o} දිගංශයකින් හා 40 m දුරින් B පිහිටා ඇත.
- 220^{o} දිගංශයකින් හා 45 m දුරින් C පිහිටා ඇත.

මෙම තොරතුරුවලට අනුව පරිමාණ රූපයක් ඇඳ, එහි පරිමිතිය සොයන්න.

1 පියවර: කඩදාසියේ උතුරු දිශාව පහත දැක්වෙන පරිදි දකුණු පස ඉහළින් සටහන් කරන්න.
2 පියවර: දී ඇති තොරතුරුවලට අනුව, පහත දැක්වෙන පරිදි දළ සටහනක් අඳින්න.



3 පියවර: 30m, 40m, 45m යන දුර ප්‍රමාණ දැක්වීම සඳහා සෙන්ටිමීටර 1කින් මීටර 10ක් දැක්වෙන පරිදි, එනම් 1:1000 ලෙස පරිමාණය තෝරා ගන්න. (මෙහි දී පරිමාණය තෝරා ගත යුත්තේ රූපය ඇඳිය යුතු කඩදාසියේ ප්‍රමාණයට සරිලන පරිදි ය. එසේම, 1000 වැනි විශේෂ සංඛ්‍යා තෝරා ගැනීමෙන් පරිමාණ රූපය පරීක්ෂා කරන්නකුට සැබෑ දිග පිළිබඳව යම් වැටහීමක් පහසුවෙන් ලබා ගත හැකි ය).
4 පියවර: මෙම පරිමාණයට අනුව දී ඇති එක් එක් දිග සඳහා පරිමාණ රූපයේ දැක්විය යුතු දිග ගණනය කරන්න.

$$PA = 3000 \times \frac{1}{1000} \text{ cm} = 3 \text{ cm}$$

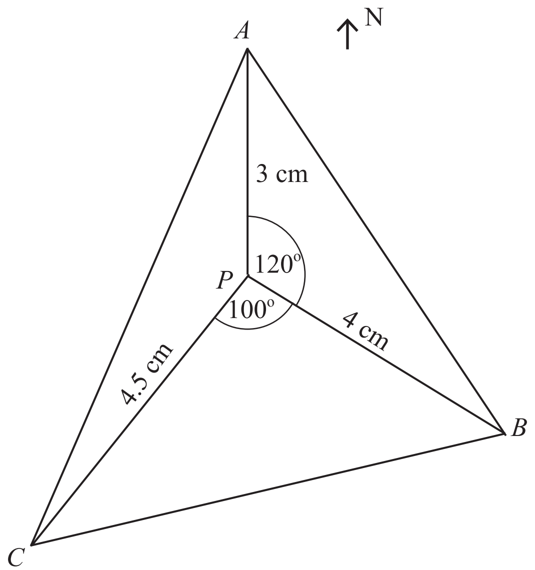
$$PB = 4000 \times \frac{1}{1000} \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

$$PC = 4500 \times \frac{1}{1000} \text{ cm} = 4.5 \text{ cm}$$

$B\hat{P}C = 100^{o}$, $A\hat{P}B = 120^{o}$

5 පියවර: පරිමාණය සහිත සරල දාරයක් හා කෝණ මානය භාවිත කරමින් පැන්සලෙන් පහත දැක්වෙන පරිදි පරිමාණ රූපය අඳින්න.

- පළමුව 3 cm දිග AP රේඛා ඛණ්ඩය සිරස්ව අඳින්න.
- PA සමග දක්ෂිණාවර්තව 120^{o} ක් සාදන 4 cm වන PB රේඛා ඛණ්ඩය අඳින්න.
- PB සමග දක්ෂිණාවර්තව 100^{o} ක් සාදන 4.5 cm වන PC රේඛා ඛණ්ඩය අඳින්න.
- AB, BC හා AC රේඛා ඛණ්ඩ අඳින්න.



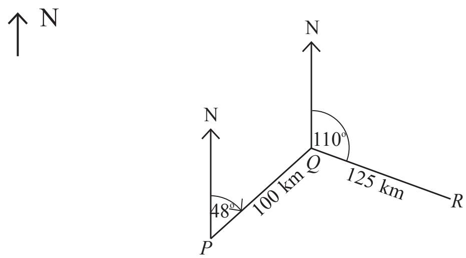
6 පියවර: AB, BC හා AC දිග මනින්න.
AB = 6 cm, AC = 7.1 cm, BC = 6.5 cm බව ඔබට පෙනෙනු ඇත. එමනිසා පරිමාණ රූපයේ පරිමිතිය 6 + 7.1 + 6.5 = 19.6 cm ලෙස ලැබේ.

7 පියවර: 1 cm කින් 10 m දැක්වෙන නිසා සැබෑ දිග 10 × 19.6 මගින් ලැබේ.
බිම් කොටසේ පරිමිතිය = 19.6 × 10 = 196 m.

නිදසුන 2

නැවක් P නම් වරායක සිට 048°ක දිගංශයකින් යුත් දිශාවට කිලෝමීටර 100 ක දුරක් යාත්‍රා කොට, Q නම් වරායකට ළඟා වේ. ඉන් පසු Q සිට 110° ක දිගංශයකින් යුත් දිශාවට කිලෝමීටර 125ක දුරක් යාත්‍රා කොට, R නම් වරායකට සේන්දු වේ. පරිමාණ රූපයක් ඇඳ P සිට Rහි පිහිටීම විස්තර කරන්න.

1 පියවර: පහත දැක්වෙන පරිදි දී ඇති තොරතුරුවලට අනුව දළ සටහන අඳින්න.



- P සිට Q හි දිගංශය 048° බැවින් Pහි දී උතුරේ සිට PQ වෙත දක්ෂිණාවර්ත භ්‍රමණ කෝණය 48° කි.
- Q සිට R හි දිගංශය 110° බැවින් Qහි දි උතුරේ සිට QR වෙත දක්ෂිණාවර්ත භ්‍රමණ කෝණය 110° කි.

P හි දී උතුර හා Q හි දී උතුර සමාන්තර වන බැවින් Q හි දී උතුර හා PQ අතර කෝණය 132° කි. (මිත්‍ර කෝණ).

$$\text{මෙවිට } P\hat{Q}R = 360^{\circ} - (132^{\circ} - 110^{\circ})$$
$$= 360^{\circ} - 242^{\circ}$$
$$= 118^{\circ}$$

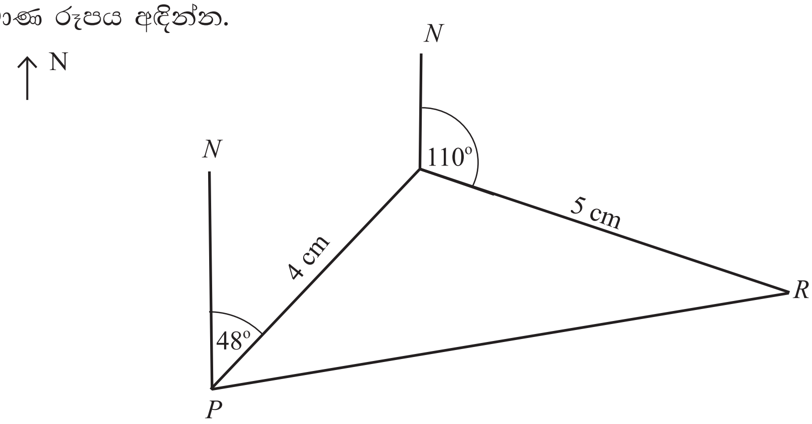
3 පියවර: 100 km හා 125 km නිරූපණය සඳහා සෙන්ටිමීටර 1කින් කිලෝමීටර 25ක් දැක්වෙන පරිදි, එනම් 1:2 500 000 වන පරිදි, පරිමාණය තෝරා ගන්න (කඩදාසියේ ප්‍රමාණවත් ලෙස ඉඩ තිබේ නම් පරිමාණය 1:1 250 000 ලෙස ද තෝරා ගත හැකි ය).

4 පියවර: පරිමාණයට අනුව PQ දුරත් QR දුරත් පරිමාණ රූපයේ දැක්විය යුතු දිග ප්‍රමාණ ගණනය කරන්න.

$$PQ = \frac{100}{25} \text{ cm} = 4 \text{ cm}, \quad QR = \frac{125}{25} \text{ cm} = 5 \text{ cm}$$

(පරිමාණ රූප ඇඳීමේ දී කෝණවල අගයන් වෙනස් නොවේ.)

5 පියවර: ඉහත මිනුම්වලට අනුව, සරල දාරයක්, කෝණමානයක් හා පැන්සලක් භාවිතයෙන් පරිමාණ රූපය අඳින්න.



6 පියවර: PRහි දිග මැන්න විට එය 7.7 cm බවත් $N\hat{P}R$ මැන්න විට එය 82° බවත් පෙනෙනු ඇත.

7 පියවර: පරිමාණයට අනුව PR සැබෑ දිග ගණනය කරන්න.

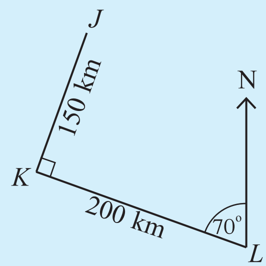
PR සැබෑ දිග $= 7.7 \times 25$ km

$= 192.5$ km

R පිහිටන්නේ P සිට 082° ක දිගංශයකින් හා කිලෝමීටර 192.5ක් දුරිනි.

27.3 අභ්‍යාසය

1. L වරායෙන් K වරාය වෙත ගොස් J නම් වරාය වෙත යාත්‍රා කළ නැවක ගමන් මාර්ගයෙහි දළ සටහනක් මෙහි දැක්වේ.



i. මෙම දළ සටහනට අනුව පහත සඳහන් දෑ සොයන්න.

(a) L සිට Kහි දිගංශය

(b) K සිට Jහි දිගංශය

(c) 1 cmකින් 50 km ක් දැක්වෙන පරිමාණයට අනුව LK හා KJ දුර ප්‍රමාණ පරිමාණ රූපයේ දැක්වීමට ගත යුතු දිග ප්‍රමාණ

ii. ඉහත පරිමාණය ගෙන නාවික මාර්ගයේ පරිමාණ රූපයක් අඳින්න.

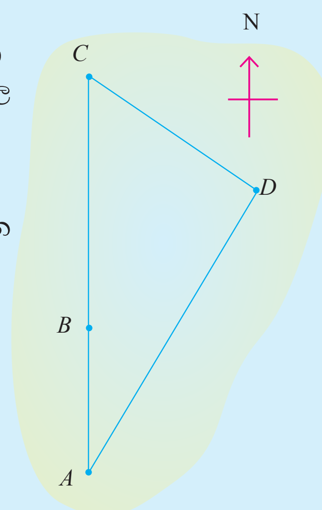
iii. පරිමාණ රූපය ඇසුරෙන්

(a) L වරායේ සිට J වරායට ඇති දුර සොයන්න.

(b) L වරායේ සිට J වරායේ දිගංශය සොයන්න.

iv. පයිතගරස් සම්බන්ධය යොදා ගනිමින් L වරායේ සිට J වරායට ඇති දුර ගණනය කර ඉහත (iii) a හි ඔබ ලබා ගත් පිළිතුර නිවැරදි දැයි පරීක්ෂා කරන්න.

2. 1 : 50 000 පරිමාණයට අඳින ලද සිතියමකින් උපුටා ගන්නා ලද කොටසක් මෙහි දැක්වේ. A, B හා C නගර එක ම සරල රේඛාවේ පිහිටන අතර Aට උතුරින් C පිහිටයි.



i. AB, BC, CD හා AD රේඛා ඛණ්ඩවල දිග ද $A\hat{C}D$, $A\hat{D}C$ හා $C\hat{A}D$ කෝණවල විශාලත්වය ද මැන දක්වන්න.

ii. AB, BC, CD හා AD සැබෑ දුර ගණනය කරන්න.

iii. A සිට B, C හා D එක් එක් නගරයේ පිහිටීම A සිට දිගංශය හා දුර ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

3. පාසලක කොඩි කණුවක සිට 025°ක දිගංශයකින් හා 10m දුරකින් කාර්යාලය ද කොඩි කණුවේ සිට 310°ක දිගංශයකින් හා 12m දුරින් බුදු මැඳුර ද පිහිටයි.

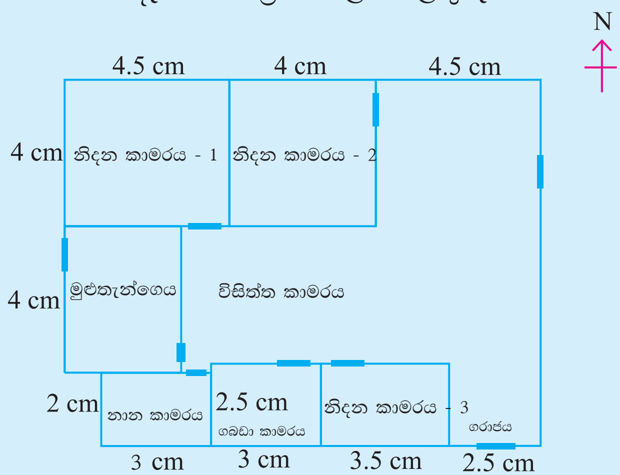
i. ඉහත තොරතුරු දක්වන දළ සටහනක් අඳින්න.
ii. 1 cmකින් 2m දැක්වෙන පරිමාණය ගෙන එහි පරිමාණ රූපයක් අඳින්න.
iii. පරිමාණ රූපය ඇසුරෙන් කාර්යාලය හා බුදු මැඳුර අතර කෙටි ම දුර සොයන්න.
iv. කාර්යාලයේ සිට බුදු මැඳුරේ පිහිටීම විස්තර කරන්න.

4. ගුවන් නියමුවෙක් *A* ගුවන් තොටුපළේ සිට 150° ක දිගංශයක් ඔස්සේ 80 kmක දුරක් තම යානය පැදීමෙන් අනතුරුව එතැන් සිට 200° ක දිගංශයක් ඔස්සේ තවත් 150 km ක දුරක් පදවා *B* ගුවන් තොටුපළ වෙත ළඟා විය.

(i) ඉහත තොරතුරු දැක්වෙන දළ සටහනක් අඳින්න.
(ii) සුදුසු පරිමාණයක් ගෙන පරිමාණ රූපයක් ඇඳීමෙන්,

(a) *A* සිට *B* හි දිගංශය
(b) *A* සිට *B* ට ඇති දුර
(c) *B* සිට *A* හි දිගංශය සොයන්න.

5. ඉදි කිරීමට යෝජිත නිවෙසක පරිමාණයකට අඳින ලද බිම් සැලැස්ම මෙහි දැක්වේ. එය ඇසුරෙන් පහත දැක්වෙන ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න.



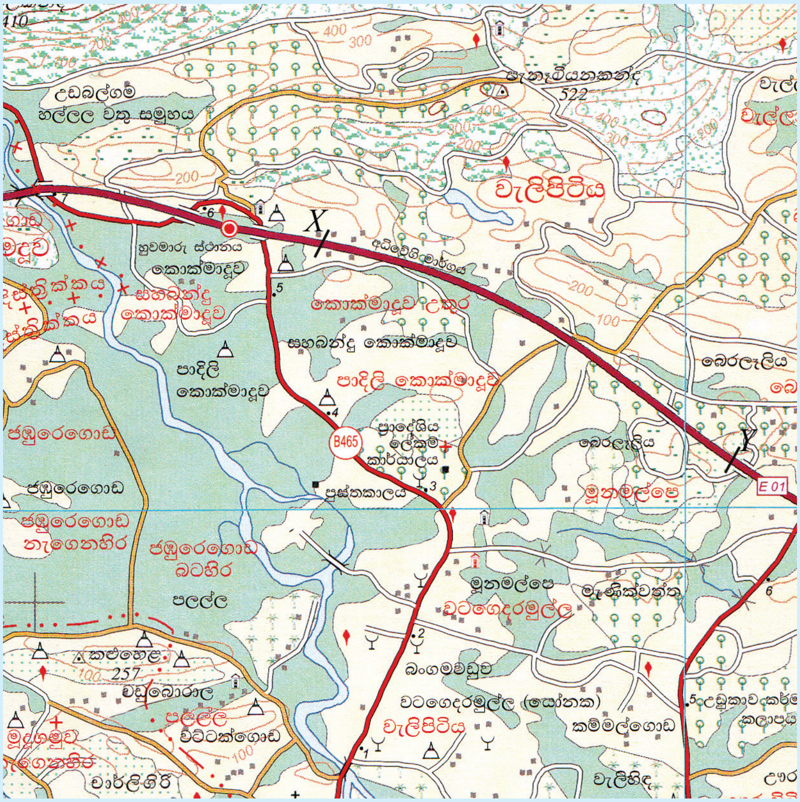
i. දෙවන නිදන කාමරයේ සැබෑ දිග 4m නම් මෙම සැලැස්ම ඇඳ ඇති පරිමාණය අනුපාතයක් ලෙස දක්වන්න.
ii. නිවෙසෙහි සැබෑ පළල සොයන්න.
iii. නාන කාමරයෙහි වර්ගඵලය වර්ගමීටරවලින් සොයන්න.

6. සැණකෙළි භූමියක් හරහා බටහිර සිට නැගෙනහිර දෙසට වැටී ඇති සෘජු මාර්ගයක මත සිටිනා මගියෙක්, 115° ක දිගංශයකින් කොඩි කණුවක් නිරීක්ෂණය කරයි. එතැන් සිට 220 mක් නැගෙනහිර දෙසට ගමන් කළ විට එම කොඩි කණුව ඔහුට 210° දිගංශයකින් දිස් විය.

i. කොඩි කණුවේ සිට මගියා අවසන් නිරීක්ෂණය ලබා ගත් ස්ථානයේ පිහිටීම විස්තර කරන්න.

ii. පරිමාණ රූපයක් ඇඳීමෙන් කොඩි කණුවේ සිට මාර්ගයට ඇති කෙටි ම දුර සොයන්න.

7. පහත දැක්වෙන්නේ 1 : 1 000 000 පරිමාණයට අඳින ලද ශ්‍රී ලංකාවේ මාර්ග සිතියමකින් උපුටා ගන්නා ලද කොටසකි. මෙහි තද රතු පාටින් දක්වා ඇත්තේ A ශ්‍රේණියේ මහා මාර්ග වේ.



i. සිතියමේ 1cmකින් දැක්වෙන සැබෑ දුර කිලෝමීටරවලින් සොයන්න.

ii. X සිට Y දක්වා වැටී ඇති A ශ්‍රේණියේ මහා මාර්ග කොටසේ දිග නූලක ආධාරයෙන් මැන එම මාර්ගය ඔස්සේ X සිට Y දක්වා ඇති සැබෑ දුර කිලෝමීටරවලින් සොයන්න.

28 දත්ත නිරූපණය හා අර්ථ කථනය

මෙම පාඩම ඉගෙනීමෙන් ඔබට,

- දී ඇති අමු දත්ත ඇසුරෙන් අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩනැගීමට
- අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක දත්තවල මාතය, මධ්‍යස්ථය හා මධ්‍යන්‍යය සෙවීමට
- දෙන ලද අමු දත්ත ඇසුරෙන් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩනැගීමට
- සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මාත පන්තිය හා මධ්‍යස්ථ පන්තිය සෙවීමට

හැකියාව ලැබෙනු ඇත.

දී ඇති අමු දත්ත වැලක මාතය, මධ්‍යස්ථය හා මධ්‍යන්‍යය සොයන ආකාරය ඔබ 8 වන ශ්‍රේණියේ දී උගෙන ඇත. ඒ පිළිබඳ නැවත මතකයට නංවා ගැනීමට පහත දැක්වෙන පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසයෙහි යෙදෙන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය

1. පාසල් ක්‍රිකට් කණ්ඩායමකට අයත් ක්‍රීඩකයන්ගේ වයස් (ආසන්න අවුරුද්දට වැටයූ විට) පහත දැක්වේ.

15, 16, 15, 16, 16, 18, 17, 18, 17, 16, 18

මෙම දත්තවල,
i. පරාසය
ii. මාතය
iii. මධ්‍යස්ථය
iv. මධ්‍යන්‍ය
සොයන්න.

2. එක්තරා මාසයක මුල් සති දෙක ඇතුළත කාලගුණ මධ්‍යස්ථානයක් විසින් රැස් කරන ලද එක් එක් දවසේ වැඩි ම උෂ්ණත්වය (සෙල්සියස් අංශකවලින්) පහත දැක්වේ.

26, 28, 28, 29, 27, 28, 29, 30, 31, 28, 30, 31, 32, 27

මෙම දත්තවල,
i. පරාසය
ii. මාතය
iii. මධ්‍යස්ථය
iv. මධ්‍යන්‍ය
සොයන්න.

28.1 අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති

දී ඇති අමු දත්ත භාවිත කර අපට අවශ්‍ය තොරතුරු ලබා ගැනීමේ දී, දත්ත සුදුසු පරිදි සකස් කර ගත යුතු වේ. උදාහරණයක් ලෙස දත්ත වැලක මධ්‍යස්ථය වැනි නිරූප්‍ය අගයක් සෙවීමට දත්ත ආරෝහණ හෝ අවරෝහණ පිළිවෙළට සකස් කර ගත යුතු ය.

අඩු දත්ත සංඛ්‍යාවක් ඇති විට දී, දත්ත පහසුවෙන් අරෝහණ හෝ අවරෝහණ පිළිවෙළට සකස් කර ගත හැකි ය. එහෙත්, දත්ත සංඛ්‍යාව වැඩි අවස්ථාවල දී එසේ සකස් කිරීම තරමක් අපහසු වේ. එවැනි අවස්ථාවල දී වගු භාවිත කෙරේ.

එලෙස වගු භාවිත වන අවස්ථාවක් පිළිබඳ සලකා බලමු.

එක්තරා පන්තියක සිසුන් පිරිසක් පරීක්ෂණයකට ලබා ගත් ලකුණු පහත දැක්වේ.

42, 70, 68, 68, 56, 62, 74, 74. 74, 56, 62, 85, 91, 91, 74, 74, 56, 68, 68, 68, 74

මෙම තොරතුරු පහත ආකාරයට වගුගත කළ හැකි ය.

සටහන: ප්‍රගණන ලකුණු භාවිත කිරීමෙන් මෙම වගුව වඩාත් පහසුවෙන් හා නිවැරදිව සකස් කර ගත හැකි වනු ඇත.

ලකුණු	ප්‍රගණන ලකුණු	ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව (සංඛ්‍යාතය)
42	/	1
56	///	3
62	//	2
68	~~////~~	5
70	/	1
74	~~////~~ /	6
85	/	1
91	//	2

මෙම වගුවේ තුන්වන තීරයේ දක්වා ඇත්තේ සංඛ්‍යාතයි.
මුලින් ම සංඛ්‍යාතය යන්නෙන් අදහස් වන්නේ කුමක් දැයි විමසා බලමු.

මෙහි 42 යන අගය එක් වරක් ද 56 යන අගය තුන් වරක් ද ආදි ලෙස යෙදී ඇත. මෙලෙස යම් අගයක් යෙදී ඇති වාර ගණන එම අගයේ **සංඛ්‍යාතය** ලෙස හැඳින්වේ.

ඒ අනුව 42 හි සංඛ්‍යාතය 1 ද
56 හි සංඛ්‍යාතය 3 ද
62 හි සංඛ්‍යාතය 2 ද ආදි ලෙස වේ.

මෙලෙස එක් එක් අගය හා ඊට අනුරූප සංඛ්‍යාතය ඇසුරෙන් සකසන ලද වගුවක් **අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක්** ලෙස හැඳින්වේ. පහත දැක්වෙන්නේ ඉහත දත්ත සමූහය දැක්වීමට සැකසූ අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය යි.

ලකුණු	ශිෂ්‍ය සංඛ්‍යාව (සංඛ්‍යාතය)
42	1
56	3
62	2
68	5
70	1
74	6
85	1
91	2

අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක දත්තවල මාතය

දත්ත සමූහයක වැඩි ම වාර ගණනක් යෙදෙන අගය එම දත්ත සමූහයේ **මාතය** බව ඔබ උගෙන ඇත. ඉහත වගුවේ සංඛ්‍යාත තීරුවේ වැඩි ම සංඛ්‍යාතය 6 වේ. සංඛ්‍යාතය 6ට අනුරූප අගය 74 වේ. එනම්, මෙම දත්තවල මාතය 74 වේ.

අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යස්ථය

දත්ත සමූහයක **මධ්‍යස්ථය** යන්නෙන් අදහස් වන්නේ දත්ත ආරෝහණ හෝ අවරෝහණ පිළිවෙළට සකස් කළ විට හරි මැදට යෙදෙන අගය බව ඔබ උගෙන ඇත.

මෙහි දත්ත 21ක් ඇත. ඒ අනුව දත්ත ආරෝහණ හෝ අවරෝහණ පිළිවෙළට සැකසූ විට හරි මැද පිහිටන අගය වන්නේ 11 වන අගයයි. දැන් 11 වන අගය කුමක් දැයි යන්න සෙවිය යුතු ය. එය සොයන අයුරු විමසා බලමු.

ඉහත වගුවේ,

1 වන අගය 42 ද
2 වන අගය 56 ද
3 වන අගය ද 56 ම වන බව ද
.
.
.
6 වන අගය 62 වන බව ද නිරීක්ෂණය කරන්න.

ඒ අනුව, 11 වන අගය, සංඛ්‍යාත තීරයේ එකතුව ඇසුරෙන් සොයා ගත හැකි ය. ඒ සඳහා සංඛ්‍යාත තීරයේ එකතුව පසෙකින් ලියා ගනිමු.

ලකුණු	සංඛ්‍යාතය
42	1
56	3
62	2
68	5
70	1
74	6
85	1
91	2
	21

සංඛ්‍යාතවල එකතුව

1

$3 + 1 = 4$

$2 + 3 + 1 = 6$

$5 + 2 + 3 + 1 = 11$

සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ 11 වන අගය 68 වන බව සංඛ්‍යාත තීරයේ එකතුව ඇසුරෙන් පහසුවෙන් හඳුනාගත හැකි ය.

දත්ත විශාල ප්‍රමාණයක් ඇති විට හරි මැද අගය පිහිටන ස්ථානය එකවර ම සිතා ගැනීම අපහසු විය හැකි ය. එබැවින්, හරි මැද ස්ථානය (මධ්‍යස්ථය පිහිටි ස්ථානය) සොයා ගැනීමට පහත පියවර අනුගමනය කරන්න.

සටහන: මුළු දත්ත සංඛ්‍යාව ඔත්තේ සංඛ්‍යාවක් වන විට හරි මැද ස්ථානය, $\frac{\text{දත්ත සංඛ්‍යාව} + 1}{2}$ මගින් ලබා ගත හැකි ය.

ඉහත දක්වා ඇති,

දත්ත සමූහයේ දත්ත සංඛ්‍යාව $= 21$

දත්ත ආරෝහණ පිළිවෙළට සකස් කළ විට

දත්ත සමූහයේ මධ්‍යස්ථය පිහිටන ස්ථානය $= \frac{21 + 1}{2}$

$= \frac{22}{2}$

$= 11$

11 වන ස්ථානයට අනුරූප අගය වන්නේ 68 ය.

$\therefore$ දත්ත සමූහයේ මධ්‍යස්ථය 68 වේ.

එනම් ලකුණුවල මධ්‍යස්ථ 68 වේ.

අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මධ්‍යන්‍යය

දත්ත සමූහයක මධ්‍යන්‍යය සෙවීමට දත්තවල ඓක්‍යය දත්ත ගණනෙන් බෙදිය යුතු බව 8 ශ්‍රේණියේ දී ඔබ උගෙන ඇත.
පහත අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකින් දක්වා ඇති දත්තවල මධ්‍යන්‍ය සොයන අයුරු විමසා බලමු.

මෙහි 42 යන අගය එක් වරක් ද 56 යන අගය තුන් වරක් ද ආදි ලෙස ඇත. මධ්‍යන්‍ය සෙවීම සඳහා මුළු දත්තවල එකතුව සෙවිය යුතු ය.

ඒ සඳහා පහත ආකාරයේ වගුවක් යොදා ගනිමු.

ලකුණු	සංඛ්‍යාතය f	fx
42	1	$42 \times 1 = 42$
56	3	$56 \times 3 = 168$
62	2	$62 \times 2 = 124$
68	5	$68 \times 5 = 340$
70	1	$70 \times 1 = 70$
74	6	$74 \times 6 = 444$
85	1	$85 \times 1 = 85$
91	2	$91 \times 2 = 182$
	21	1455

දත්තවල එකතුව $= 1455$

දත්තවල මධ්‍යන්‍ය $= \dfrac{1455}{21}$

$= 69.29$

≈ 69 (ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට වැටයීමෙන්)

සිසුන් ලබා ගත් ලකුණුවල මධ්‍යන්‍යය ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට 69 වේ.

නිදසුන 1

ප්‍රාථමික පාසලක 3 වන ශ්‍රේණියේ සිසුන් 36 දෙනකුගේ ස්කන්ධය කිලෝග්‍රෑම්වලින් පහත දැක්වේ.

27	25	20	23	21	26	20	23	21	22	24	25
26	24	23	23	26	24	26	20	24	22	24	25
26	22	23	26	22	24	23	25	24	21	27	27

i. ඉහත දත්තවල අගය පරාසය සොයන්න.
ii. ඉහත තොරතුරු ඇසුරෙන් අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩනගන්න.
iii. සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය ඇසුරෙන්

(a) මාතය
(b) මධ්‍යස්ථය
(c) මධ්‍යන්‍යය

සොයන්න.

i. ස්කන්ධයන්හි වැඩි ම අගය $= 27$
ස්කන්ධයන්හි අඩු ම අගය $= 20$
$\therefore$ දත්තවල පරාසය $= 27 - 20$
$= 7$

ii.

ස්කන්ධය x (kg)	සංඛ්‍යාතය f	සංඛ්‍යාතවල එකතුව
20	3	3
21	3	6
22	4	10
23	6	16
24	7	23
25	4	27
26	6	33
27	3	36

iii. a. දත්තවල මාතය $= 24$ kg

මෙහි දත්ත 36ක් ඇත. 36 ඉරට්ටේ සංඛ්‍යාවක් බැවින්, දත්ත ආරෝහණ හෝ අවරෝහණ පිළිවෙළට සකස් කළ විට හරි මැද අගයන් 2ක් පිහිටයි. එවැනි අවස්ථාවක මධ්‍යස්ථය වන්නේ හරි මැද පිහිටන අගයන් දෙකෙහි සාමාන්‍යයයි. මුලින් ම හරි මැද පිහිටි අගය දෙක පිහිටන ස්ථාන සොයමු.

සටහන: මුළු දත්ත සංඛ්‍යාව ඉරට්ටේ සංඛ්‍යාවක් වන විට හරි මැද පිහිටන දත්ත දෙකෙහි ස්ථාන පිළිවෙළින් $\frac{\text{දත්ත සංඛ්‍යාව}}{2}$ සහ $\frac{\text{දත්ත සංඛ්‍යාව}}{2} + 1$ මගින් ලැබේ.

b. හරි මැද ස්ථාන $= \frac{36}{2}$ හා $\frac{36}{2} + 1$

$= 18$ හා 19

හරිමැද පිහිටන අගය දෙක වන්නේ 18 වන අගය හා 19 වන අගයයි.

18 වන ස්ථානයේ අඩංගු අගය = 24
19 වන ස්ථානයේ අඩංගු අගය = 24

$\therefore$ දත්තවල මධ්‍යස්ථය $= \frac{24 + 24}{2}$

$= \frac{48}{2}$

$= \underline{\underline{24 \text{ kg}}}$

c.

ශිෂ්‍යයකුගේ ස්කන්ධය x (kg)	සංඛ්‍යාතය f	$f \times x$
20	3	60
21	3	63
22	4	88
23	6	138
24	7	168
25	4	100
26	6	156
27	3	81
දත්තවල එකතුව	36	854

දත්තවල එකතුව $= 854$

දත්ත සංඛ්‍යාව $= 36$

$\therefore$ දත්තවල මධ්‍යන්‍ය $= \frac{854}{36}$ kg

$= \underline{\underline{23.72 \text{ kg}}}$ (ආසන්න දෙවන දශමස්ථානයට)

28.1 අභ්‍යාසය

1. එක්තරා කාලගුණ මධ්‍යස්ථානයක් විසින් 2016 දෙසැම්බර් මාසයේ දිනක වැඩි ම උෂ්ණත්වය (සෙල්සියස් අංශක) පිළිබඳව රැස් කර ගත් තොරතුරු සමූහයක් පහත දැක්වේ.

28 26 28 28 29 30 28 26 27 27
28 26 25 24 24 25 25 26 27 28
28 27 26 28 27 28 29 30 28 27 27

i. මෙම දත්තවල පරාසය කොපමණ ද?
ii. මෙම දත්තවල මාතය, මධ්‍යස්ථය හා මධ්‍යන්‍යය සෙවීම සඳහා අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩනගන්න.
iii. සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය ඇසුරෙන් දත්තවල මාතය සොයන්න.
iv. ඉහත දී ඇති උෂ්ණත්වවල මධ්‍යස්ථය සොයන්න.
v. ඉහත දී ඇති උෂ්ණත්වවල මධ්‍යන්‍යය ගණනය කරන්න.

2. වෙළෙඳපොළක, දෙහි ගෙඩි 100 g බැගින් වූ ගොඩවල් විකිණීම සඳහා මලුවලට අසුරා ඇත. එක් එක් මල්ලෙහි අඩංගු ගෙඩි ගණන පහත දැක්වේ.

5 3 4 6 2 3 4 5 3 4 6 5 3 4
4 2 4 3 5 3 3 4 2 5 3 2 4 3

i. මෙම දත්තවල පරාසය කොපමණද?
ii. මෙම දත්ත ඇසුරෙන් අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩනගන්න.
iii. දත්තවල මාතය සොයන්න.
iv. දත්තවල මධ්‍යස්ථය සොයන්න.
v. මල්ලක ඇති මධ්‍යන්‍ය ගෙඩි ගණන (ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට) ගණනය කරන්න.

3. ව්‍යාපාර ස්ථානයක දිනපතා වැය වූ විදුලි ඒකක ගණන පිළිබඳ තොරතුරු පහත අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියෙන් දැක්වේ.

දිනකදී වැය වූ විදුලි ඒකක ගණන	8	9	10	11	12	13	14
දින ගණන	3	5	8	6	4	3	1

i. ඉහත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ පරාසය කොපමණ ද?
ii. දත්තවල මාතය සොයන්න.
iii. දත්තවල මධ්‍යස්ථය සොයන්න.
iv. තොරතුරු ලබා ගත් දිනයන්හි දිනක දී වැය වූ මධ්‍යන්‍ය විදුලි ඒකක ගණන සොයන්න.

4. ග්‍රාමීය රෝහලක බාහිර ප්‍රතිකාර අංශයෙන් දිනපතා ප්‍රතිකාර ලබා ගත් රෝගීන් සංඛ්‍යාව පිළිබඳ රැස් කර ගත් තොරතුරු ඇසුරෙන් සකස් කළ අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ.

දිනක දී ප්‍රතිකාර ලබා ගත් රෝගීන් සංඛ්‍යාව	29	30	31	32	33	34	35
දින ගණන	2	4	6	8	12	6	2

i. මෙම දත්තවල අගය පරාසය සොයන්න.
ii. මෙම දත්තවල

a. මාතය
b. මධ්‍යස්ථය
c. මධ්‍යන්‍යය සොයන්න.

28.2 සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති

මෙම කොටසේ දී සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති යන්නෙන් අදහස් වන්නේ කුමක් ද යන්නත් එහි අවශ්‍යතාව පිළිබඳවත් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති පිළියෙල කරන ආකාරයත් විමසා බලමු.

ඒ සඳහා පහත නිදසුන සලකන්න.

පරීක්ෂණයක දී ළමයින් පිරිසක් ලබා ගත් ලකුණු පිළිබඳ තොරතුරු පහත දැක්වේ.

21	26	28	32	34	70
36	36	38	39	39	75
39	40	41	41	41	80
41	42	45	48	48	81
52	53	56	66	68	83

මේ අවස්ථාවේ දී තොරතුරුවල වැඩි ම අගය 83 වන අතර අඩු ම අගය 21 වේ.

ඒ අනුව, දත්තවල පරාසය $= 83 - 21$
$= 62.$

මෙහි, දත්තවල පරාසය විශාල නිසා එකිනෙකට වෙනස් අගයන් විශාල ගණනක් තිබිය හැකි ය. එක් එක් අගය යටතේ අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කිරීමේ දී ඉතා දීර්ඝ සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ලැබේ. එවැනි අවස්ථාවල දී එම දත්තවල පරාසය සලකා සියලු දත්ත ඇතුළත් වන සේ පරාසය කාණ්ඩවලට (සමූහවලට) බෙදා නිරූපණය කරනු ලැබේ. එවැනි කාණ්ඩයක් (සමූහයක්) **පන්ති ප්‍රාන්තරයක්** ලෙස හැඳින්වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තර සහිතව සකසනු ලබන සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් **සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක්** ලෙස හැඳින්වේ.

පහත දැක්වෙන්නේ එවැනි සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියකි.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	**සංඛ්‍යාතය**
10 - 19	3
20 - 29	6
30 - 39	5
40 - 49	2

මෙහි පන්ති ප්‍රාන්තර හතරක් ඇත.

10 - 19 යන පන්ති ප්‍රාන්තරයට දී ඇති දත්ත සමූහයේ 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 යන අගයයන් ගන්නා දත්ත අයත් ය.

10 - 19 පන්ති ප්‍රාන්තරයට අගයයන් 10ක දත්ත ඇතුළත් කළ හැකි බැවින් මෙම **පන්ති ප්‍රාන්තරයේ තරම** 10 ලෙස සැලකේ. ඉතිරි පන්ති ප්‍රාන්තර ද ඒ ආකාරය ම වේ.

10 - 19 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ **සංඛ්‍යාතය** 3 යන්නෙන් අදහස් වන්නේ දත්ත සමූහයේ 10, 11, 12, 13, ... , 19 යන අගයයන් අතුරින් අගයන් 3ක් පමණක් 10 - 19 පන්තියේ අඩංගු වන බවයි.

දැන් අපි සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සකසන ආකාරය පිළිබඳව අපගේ අවධානය යොමු කරමු.

දත්ත, පන්ති ප්‍රාන්තර යටතේ වගුගත කිරීමේ දී, පළමුව පන්ති ප්‍රාන්තරයක තරම හෝ පන්ති ප්‍රාන්තර සංඛ්‍යාව තීරණය කළ යුතු වේ.

දත්ත කාණ්ඩ කළ යුතු පන්ති ප්‍රාන්තරවල තරම තීරණය කර ඇති විට පහත පියවර අනුගමනය කර පන්ති ප්‍රාන්තර සංඛ්‍යාව ලබා ගත හැකි ය.

- දත්තවල අගය පරාසය සොයන්න.
- දත්තවල අගය පරාසය පන්ති ප්‍රාන්තරයක තරමින් බෙදන්න.
- එවිට ලැබෙන අගයේ ආසන්න වැඩි හෝ සමාන පූර්ණ සංඛ්‍යාව පන්ති ප්‍රාන්තර ගණන වේ.

පහත නිදසුන සලකන්න.
ළමයි 30දෙනකු පරීක්ෂණයකට ලබා ගත් ලකුණු පහත දැක්වේ.

21	26	28	32	34
36	36	38	39	39
39	40	41	41	41
41	42	45	48	48
52	53	56	66	68
70	75	80	81	83

මෙම දත්ත, පන්ති ප්‍රාන්තරයක තරම 10 වූ පන්ති ප්‍රාන්තරවලට වෙන් කිරීමට අවශ්‍ය යැයි සිතමු.

මුලින් ම පන්ති ප්‍රාන්තර ගණන සොයා ගනිමු.

දත්තයන්ගේ වැඩි ම අගය $= 83$
දත්තයන්ගේ අඩු ම අගය $= 21$
දත්තයන්ගේ පරාසය $= 83 - 21$
$= 62$

පන්ති ප්‍රාන්තරයක තරම 10 ලෙස ගැනීමට අවශ්‍ය බැවින්

පන්ති ප්‍රාන්තර ගණන $= \frac{62}{10}$

$= 6.2$
≈ 7 (ආසන්න වැඩි පූර්ණ සංඛ්‍යාවට)

ඒ අනුව පන්ති ප්‍රාන්තරයක තරම 10 ලෙස ගත් විට පන්ති ප්‍රාන්තර 7ක් සහිත සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ලැබෙනු ඇත.

එහි අඩු ම දත්තය 21 බැවින් මුල් පන්ති ප්‍රාන්තරය 20න් ආරම්භ කරමු. 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29 යන අගයන් 10 මුල් පන්ති ප්‍රාන්තරයට ද ඊළඟ නිඛිල 10 ඊළඟ පන්ති ප්‍රාන්තරයට ද ආදි ලෙස පන්ති ප්‍රාන්තර වෙන් කර ගනිමු. ඒ අනුව පහත පරිදි පන්ති ප්‍රාන්තර ලැබේ.

20 - 29

30 - 39

40 - 49

50 - 59

60 - 69

70 - 79

80 - 89

සටහන: මෙහි දී පළමු පන්ති ප්‍රාන්තරය 20න් ආරම්භ කළ ද අවශ්‍ය නම් 21න් වුව ද ආරම්භ කළ හැකි ය. එවිට පන්ති ප්‍රාන්තර 21 - 30, 31 - 40, 41 - 50 ආදි ලෙස ලැබේ.

දැන් එක් එක් පන්ති ප්‍රාන්තරයට අයත් දත්ත ගණන ප්‍රගණන ලකුණු ඇසුරෙන් වගුගත කරමු.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	ප්‍රගණන ලකුණු	සංඛ්‍යාතය
20 - 29	///	3
30 - 39	~~////~~ ///	8
40 - 49	~~////~~ ////	9
50 - 59	///	3
60 - 69	//	2
70 - 79	//	2
80 - 89	///	3

සටහන: ප්‍රගණන ලකුණු තීරය සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ දැක්වීම අනවශ්‍ය ය.

දත්ත කාණ්ඩ කළ යුතු පන්ති ප්‍රාන්තර සංඛ්‍යාව තීරණය කර ඇති විට පහත පියවර අනුගමනය කර පන්ති ප්‍රාන්තරයක තරම ලබා ගත හැකි ය.

- දත්තවල වැඩි ම අගයයෙන් දත්තවල අඩුම අගය අඩුකර දත්තවල අගය පරාසය සොයාගන්න.
- අගය පරාසය අවශ්‍ය පන්ති සංඛ්‍යාවෙන් (පන්ති ප්‍රාන්තර සංඛ්‍යාව 10 වඩා අඩුවීම සුදුසු ය) බෙදන්න.
- එවිට ලැබෙන අගයේ ආසන්න වැඩි හෝ සමාන පූර්ණ සංඛ්‍යාව පන්ති ප්‍රාන්තරයේ තරම ලෙස ගන්න

මෙම දත්ත ම යොදා ගෙන පන්ති ප්‍රාන්තර 5ක් සහිත සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩනගන අයුරු විමසා බලමු. මුලින් ම පන්ති ප්‍රාන්තරයක තරම සොයා ගනිමු.

$$\text{දත්තයන්ගේ පරාසය} = 83 - 21$$
$$= 62$$

පන්ති ප්‍රාන්තර ගණන 5 ලෙස ගැනීමට අවශ්‍ය බැවින්,

$$\text{පන්ති ප්‍රාන්තරයක තරම} = \frac{62}{5}$$

$= 12.4$

≈ 13 (ආසන්න වැඩි පූර්ණ සංඛ්‍යාවට)

ඒ අනුව පන්ති ප්‍රාන්තරයක තරම 13 වූ පන්ති ප්‍රාන්තර 5ක් සහිත සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ලැබේ.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	සංඛ්‍යාතය
20 - 32	4
33 - 45	14
46 - 58	5
59 - 71	3
72 - 84	4

මෙලෙස අපගේ අවශ්‍යතාව අනුව දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් සකස් කළ හැකි ය.

මෙහි මුල් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය නැවත සලකන්න. එහි මුල් පන්ති ප්‍රාන්තරය 20 - 29 ද ඊළඟ පන්ති ප්‍රාන්තරය 30 - 39 ලෙස ද ගෙන ඇත. 29 හා 30 අතර මෙන්ම 39 හා 40 අතර ලකුණු තිබිය නොහැකි බැවින් එලෙස පන්ති ප්‍රාන්තර තෝරා ගත හැකි විය. එම ලක්ෂණය දෙවන සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ ද ඇති බව නිරීක්ෂණය කරන්න.

එහෙත් දිග, කාලය වැනි දත්ත පන්ති ප්‍රාන්තරවල යෙදීමේ දී මුල් පන්ති ප්‍රාන්තරය අවසන් වන අගයෙන් ම දෙවන පන්ති ප්‍රාන්තරය පටන් ගැනීමටත් දෙවන පන්ති ප්‍රාන්තරය අවසන් වන අගයෙන් ම තුන්වන පන්ති ප්‍රාන්තරය පටන් ගැනීමටත් ආදි ලෙස යොදා ගත යුතු ය.

එවැනි නිදසුනක් දැන් සලකා බලමු.

පන්තියක ළමයින් 20 දෙනකුගේ ස්කන්ධ ආසන්න පූර්ණ සංඛ්‍යාවට පහත දැක්වේ (මෙහි, දී ඇති ස්කන්ධ කිලෝග්‍රෑමයට වටයා ඇත).

31	31	31	32	32
32	32	33	33	34
34	34	35	36	36
38	39	39	40	41

මෙම දත්ත සඳහා පන්ති ප්‍රාන්තරයක තරම 3 බැගින් වූ පන්ති ප්‍රාන්තර 4ක් සහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පිළියෙල කරමු.
පළමු පන්ති ප්‍රාන්තරය 30 - 33 ලෙස ද ඊළඟ පන්ති ප්‍රාන්තරය 33 - 36 ලෙස ද ආදි වශයෙන් පහත පරිදි පන්ති ප්‍රාන්තර තෝරා ගනිමු.

30 - 33

33 - 36

36 - 39

39 - 42

මෙලෙස පළමු පන්ති ප්‍රාන්තරය අවසන් වන අගය වන 33න් ම ඊළඟ පන්ති ප්‍රාන්තරය ආරම්භ කර ඇත. ඊට හේතුව වන්නේ, මෙහි දී දත්ත රැස් කර ඇත්තේ ස්කන්ධ පිළිබඳවයි. 33 ත් 34 ත් අතර ස්කන්ධ සහිත දරුවන් සිටිය හැකි ය. නිදසුන් ලෙස 33. 2 kg, 33.5 kg, 33.8 kg ආදි ලෙසත් 36 kg හා 37 kg අතර 36.5 kg, 36.9 kg ආදි ලෙස. එබැවින් එක් පන්ති ප්‍රාන්තරයක් අවසන් වන අගයෙන් ම ඊළඟ පන්ති ප්‍රාන්තරය ඇරඹිය යුතු ය.

මෙහි පළමු පන්ති ප්‍රාන්තරය 33න් අවසන් වන අතර දෙවන පන්ති ප්‍රාන්තරය 33න් ආරම්භ වේ. එවිට 33 යන අගය අයත් වන්නේ කුමන පන්ති ප්‍රාන්තරයට දැයි ගැටලුවක් මතු වේ. මෙවැනි අවස්ථාවල දී පන්ති ප්‍රාන්තර දෙකෙන් ඕනෑ ම එකකට පමණක් එම අගය ගනු ලැබේ. අවශ්‍ය විට දී එසේ ඔබ තෝරා ගන්නා සම්මුතිය සඳහන් කිරීම සුදුසු ය. මෙම පරිච්ඡේදයේ දී පහත දැක්වෙන පරිදි යොදා ගනිමු.

මෙහි එනම් 30ට වැඩි හා 33ට අඩු හෝ සමාන දත්ත (එනම් 31, 32, 33)
එනම් 33ට වැඩි හා 36ට අඩු හෝ සමාන දත්ත (එනම් 34, 35, 36)
එනම් 36ට වැඩි හා 39ට අඩු හෝ සමාන දත්ත (එනම් 37, 38, 39)
එනම් 39ට වැඩි හා 42ට අඩු හෝ සමාන දත්ත (එනම් 40, 41, 42)
ඇතුළත් වන පරිදි යොදා ගෙන ඇත.

එසේ සැකසූ සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය පහත දැක්වේ.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	සංඛ්‍යාතය
30 - 33	9
33 - 36	6
36 - 39	3
39 - 42	2

සටහන: සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති සැකසීමේ දී දත්තවල ස්වභාවය සලකා පන්ති ප්‍රාන්තර සකස් කළ යුතු බව මතකයේ තබා ගන්න.

28.2 අභ්‍යාසය

1. 2017 ජනවාරි මාසයේ දී නිවාස යෝජනා ක්‍රමයක එක් එක් නිවෙසක් විසින් වැය කළ විදුලි ඒකක ප්‍රමාණ පිළිබඳව මනු කියවන්නකු විසින් රැස් කරන ලද දත්ත සමූහයක් පහත දැක්වේ.

63	68	75	54	56	58	85
90	73	63	76	62	69	78
50	74	64	58	88	85	72
71	53	82	68	73	67	75
74	67	69	62	66	74	70
84	72	69	59	67	78	72

ඉහත දක්වා ඇති දත්ත ඇසුරෙන් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩනගන්න.

2. පාසලක 9 ශ්‍රේණියේ ළමයි පිරිසක් ගණිතය ප්‍රශ්න පත්‍රයකට ලබා ගත් ලකුණු සමූහයක් පහත දැක්වේ.

34	27	45	12	63	35	54	29
42	68	73	54	26	11	63	54
33	69	62	38	53	48	63	61
60	44	67	61	79	65	47	

i. ප්‍රශ්න පත්‍රය සඳහා ශිෂ්‍යයකු ලබා ගත්

(a) වැඩි ම ලකුණත්

(b) අඩු ම ලකුණත්

සොයන්න.

ii. දත්තවල පරාසය සොයන්න.

iii. ඉහත දත්ත පන්ති ප්‍රාන්තර 7ක් යටතේ වගුගත කොට, සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩනගන්න.

3. ප්‍රාථමික පාසලක 4 ශ්‍රේණියේ පන්තියක ළමයි උස මැනීමෙන් ලබා ගත් දත්ත සමූහයක් පහත දැක්වේ (උස සෙන්ටිමීටර්වලින්). සුදුසු සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩනගන්න.

124	124	138	125	122	129	122	128	131	127	125	120	125
120	121	125	120	132	127	124	126	130	125	131	122	130
129	128	125	122	133	138	125	123	126	125	135	126	132

28.3 සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මාත පන්තිය හා මධ්‍යස්ථ පන්තිය සෙවීම

සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩනගන අයුරු ඉහත කොටසේ දී අපි උගත්තෙමු. දැන් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක මාත පන්තිය හා මධ්‍යස්ථ පන්තිය සොයන අයුරු විමසා බලමු.

සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය දී ඇති විට එක් එක් අමු දත්තය නිශ්චිතව නොදන්නා නිසා මාත අගය හා මධ්‍යස්ථ අගය නිශ්චිතව හඳුනාගත නොහැකි ය.

එසේ සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්ති දී ඇති විට මාතය හා මධ්‍යස්ථය පන්ති ප්‍රාන්තර ඇසුරෙන් දක්වනු ලැබේ.

ඒ අනුව, වැඩි ම දත්ත සංඛ්‍යාවක් ඇතුළත් පන්ති ප්‍රාන්තරය **මාත පන්තිය** වේ. දත්තවල මධ්‍යස්ථය අඩංගු පන්ති ප්‍රාන්තරය **මධ්‍යස්ථ පන්තිය** වේ.

නිදසුන 1

ළමුන් පරීක්ෂණයක දී ලබා ගත් ලකුණු ඇසුරෙන් සකස් කළ සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් පහත දැක්වේ. මෙම සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ

i. මාත පන්තිය
ii. මධ්‍යස්ථ පන්තිය
සොයන්න.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	සංඛ්‍යාතය	සංඛ්‍යාතවල එකතුව
10 - 20	3	3
21 - 30	4	7
31 - 40	6	13
41 - 50	7	20
51 - 60	11	31
61 - 70	4	35

i. වැඩි ම සංඛ්‍යාතය 11 බැවින් දත්තවල මාත පන්තිය $51 - 60$ වේ.

ii. දත්ත සමූහයේ මධ්‍යස්ථය පිහිටි ස්ථානය $= \dfrac{35+1}{2}$

$= 18$

18 වන දත්තය ඇතුළත් වන පන්ති ප්‍රාන්තරය මධ්‍යස්ථ පන්තිය වේ.
$\therefore$ මධ්‍යස්ථ පන්තිය $41 - 50$ වේ.

නිදසුන 2

කාර්යාලයක සේවය කරන සේවකයන්ගේ වයස් ඇසුරෙන් සකස් කර ඇති සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ,

i. මාත පන්තිය
ii. මධ්‍යස්ථ පන්තිය

සොයන්න.

පන්ති ප්‍රාන්තරය	සංඛ්‍යාතය	සංඛ්‍යාතවල එකතුව
20 - 27	3	3
27 - 34	5	8
34 - 41	11	19
41 - 58	6	25
48 - 55	3	28

i. පන්ති ප්‍රාන්තරයක වැඩි ම සංඛ්‍යාතය = 11
∴ දත්තවල මාත පන්තිය = 34 − 41

ii. දත්ත සමූහයේ මැද අගයන් දෙක පිහිටි ස්ථාන $= \frac{28}{2}$ හා $\frac{28}{2} + 1$

= 14 හා 15

14 වන අගය අඩංගු පන්ති ප්‍රාන්තරය = 34 − 41
15 වන අගය අඩංගු පන්ති ප්‍රාන්තරය = 34 − 41
∴ මධ්‍යස්ථ පන්තිය 34 - 41 වේ.

28.3 අභ්‍යාසය

1. ලොතරැයි පත් අලෙවිකරුවකු 2016 මාර්තු මාසයේ දිනපතා අලෙවි කළ ලොතරැයි පත් සංඛ්‍යා පිළිබඳ සටහනක් පහත දැක්වේ.

380 390 379 402 370 385 397 386 377 405
400 381 390 375 392 384 391 385 387 395
390 393 373 386 378 395 379 396 395 391
373

i. දිනක දී වැඩියෙන් ම අලෙවි වූ ලොතරැයි පත් ගණන කොපමණ ද?
ii. දිනක දී අඩුවෙන් ම අලෙවි වූ ටිකට් පත් ගණන කොපමණ ද?
iii. දත්තවල අගය පරාසය සොයන්න.
iv. තරම 6 වූ පන්ති ප්‍රාන්තර යොදා ගනිමින් දත්ත වගුගත කර සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩනගන්න.

v. වගුව ඇසුරෙන්

a. මාත පන්තිය සොයන්න.
b. මධ්‍යස්ථය පන්තිය කුමක් ද?

2. 2016 පළමු වාරයේ දින 30ක් තුළ පාසල් පුස්තකාලයකින් බැහැර ගෙන යෑම සඳහා නිකුත් කළ පොත් සංඛ්‍යා පිළිබඳව දත්ත සමූහයක් පහත දැක්වේ.

27	20	33	37	40	25	15	29	33	32
29	32	25	36	16	35	37	28	34	27
41	36	40	28	27	23	32	33	24	38

i. දත්තවල පරාසය කොපමණ ද?
ii. මෙම දත්ත ඇසුරෙන් 15 - 19, 20 - 24, ... ලෙස තරම 5ක් වූ පන්ති ප්‍රාන්තර යොදා ගනිමින් සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩනගන්න.
iii. වගුව ඇසුරෙන් දිනකට පොත් 30ක් හෝ ඊට වඩා නිකුත් කළ දින ගණන සොයන්න.
iv. පොත් 25ත් 29ත් අතර සංඛ්‍යාවක් නිකුත් කළ දින ගණන කොපමණ ද?
v. මාත පන්තිය කුමක් ද?
vi. දෛනිකව බැහැර ගෙනයෑම සඳහා නිකුත් කළ පොත් සංඛ්‍යාවේ මධ්‍යස්ථය අඩංගු පන්ති ප්‍රාන්තරය කුමක් ද?

මිශ්‍ර අභ්‍යාසය

1. පොල් වත්තක ගෙඩි කඩන වාරයක දී එක් එක් ගසකින් කඩන ලද ගෙඩි ගණන ඇසුරෙන් පහත සඳහන් අසමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය සකස් කොට ඇත.

ගෙඩි ගණන	සංඛ්‍යාතය
8	3
10	5
12	8
13	7
14	5
15	2

i. දත්තවල මාතය සොයන්න.
ii. දත්තවල මධ්‍යස්ථය සොයන්න.
iii. ගසකින් කඩන ලද මධ්‍යන්‍ය පොල්ගෙඩි ගණන සොයන්න.

2. තුනී ලෑලි සකස් කිරීම සඳහා මිල දී ගත් රබර් කඳන් තොගයක වට ප්‍රමාණය (සෙන්ටිමීටර්වලින්) මැන ලබා ගත් දත්ත සමූහයක් පහත දැක්වේ.

95	112	118	86	103	102	94	98	80	97
87	105	85	103	95	106	98	94	110	102
103	105	90	110	96	100	89	104	98	114
106	98	98	112	86	105	97	107	96	92
115									

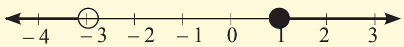
i. ඉහත දත්ත ඇසුරෙන් පන්ති ප්‍රාන්තර 8ක් සහිත සමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩනගන්න.

ii. මාත පන්තිය සොයන්න.

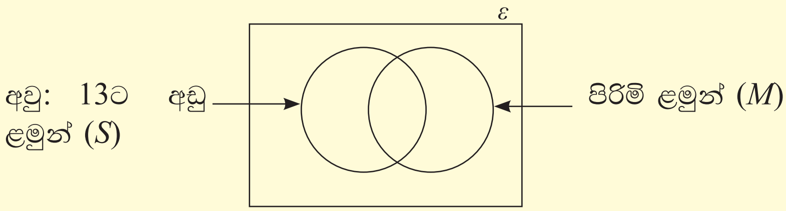
iii. මධ්‍යස්ථ පන්තිය සොයන්න.

තුන්වන වාර පරීක්ෂණය
I කොටස

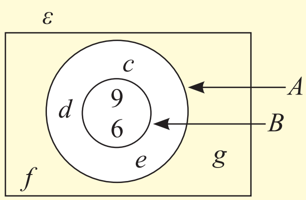
1. $x - 3 < -1$හි සියලු විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක් මත නිරූපණය කරන්න.

2. 

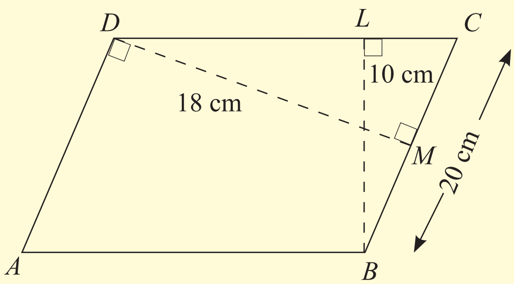
සංඛ්‍යා රේඛාවේ නිරූපිත අසමානතා කුමක්ද?

3. 

එක්තරා පාසලක 9 වන ශ්‍රේණියේ සිසුන්ගේ තොරතුරු ඇතුළත් කිරීම සඳහා ඇඳ ඇති වෙන් රූපසටහනේ අවුරුදු 13ට අඩු ගැහැණු ළමුන් නිරූපණය වන ප්‍රදේශය අඳුරු කර දක්වන්න.

4. 

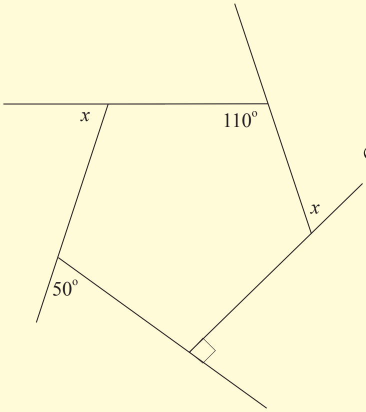
වෙන් රූපය ඇසුරෙන් B' හි අවයව ලියා දක්වන්න.

5. 

$ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ $BC = 20$ cm, $BL = 10$ cm හා $DM = 18$ cm වේ. $ABCD$ සමාන්තරාස්‍රයේ පරිමිතිය සොයන්න.

6. 1 සිට 20 තෙක් අංක ලියන ලද කාඩ්පත් සමූහයක් අතුරින් අහඹු ලෙස ඉවතට ගැනීමේ දී ලැබෙන කාඩ්පතේ සඳහන් අංකය ත්‍රිකෝණ සංඛ්‍යාවක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

7. "numbers" යන වචනයේ අකුරු කුලකය A ලෙස නම් කර එම අකුරු කුලකයෙන් අහඹු ලෙස අකුරක් තෝරාගැනීමේ දී "m" අක්ෂරය ලැබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

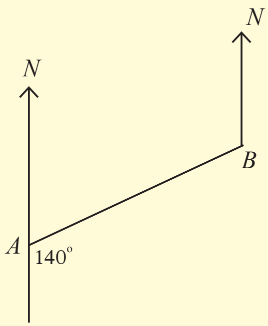
8. 

රූපයේ දැක්වෙන තොරතුරු අනුව xහි අගය සොයන්න.

9. සවිධි බහුඅස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණයක අගය බාහිර කෝණයට වඩා 150° කින් වැඩිවේ. එම බහු අස්‍රයේ පාද ගණන සොයන්න.

10. සුළු කරන්න. $\dfrac{x+1}{2} - \dfrac{3x-2}{6}$

11. සුළු කරන්න. $\dfrac{a+1}{a-3} - \dfrac{4-2a}{a-3}$

12. 

රූපයේ දී ඇති දත්ත ඇසුරෙන්

(i) A සිට B හි දිගංශය

(ii) B සිට A හි දිගංශය

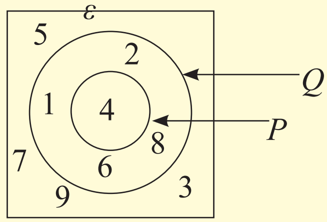
සොයන්න.

13. A හා B නම් නගර දෙක අතර සරල රේඛීය දුර 8 km නම් 1 : 50 000 පරිමාණයට අනුව අඳිනු ලැබූ පරිමාණ රූපයක එම දුර නිරූපණයට අවශ්‍ය රේඛා ඛණ්ඩයේ දිග කොපමණද?

14. 12, 8, x, 5, 10 දත්ත සමූහයේ මධ්‍යන්‍යය 10 නම් මධ්‍යස්ථය සොයන්න.

පුනරීක්ෂණ අභ්‍යාසය තුන්වන වාරය
II කොටස

1. **(*A*)** දී ඇති වෙන් රූප සටහනේ දැක්වෙන කුලක, $\subset$ හා $\in$ යන සංකේත සුදුසු පරිදි භාවිත කර පහත හිස්තැන් සම්පූර්ණ කරන්න.



i. 4 ——— Q **ii.** 7 ——— Q
iii. P ——— ε **iv.** P ——— Q
v. $P \cap Q$ ——— P

(*B*) **i.** $n(P')$ ලියා දක්වන්න.
ii. Q' ට ලිවිය හැකි උප කුලක ගණන කොපමණ ද? ඉන් හතරක් ලියා දක්වන්න.

(*C*) ε = {1 සිට 20 තෙක් ගණිත සංඛ්‍යා}
A = {1 සිට 20 තෙක් 3 හි ගුණාකාර සංඛ්‍යා}
B = {1 සිට 20 තෙක් 2 හි ගුණාකාර සංඛ්‍යා}
i. ඉහත කුලක තුනෙහි අවයව ලියා දක්වන්න.
ii. සුදුසු පරිදි ඉහත කුලක වෙන් රූප සටහනක් ඇසුරෙන් නිරූපණය කරන්න.

iii. ඉහත (ii) ඇසුරෙන් පහත කුලකවල අවයවයන් ලියා දක්වන්න.

a. A **b.** B **c.** $A \cap B$ **d.** $A \cup B$ **e.** A' **f.** B'

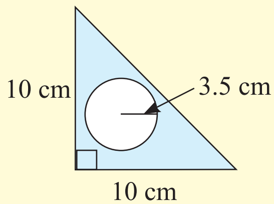
2. පාසලක පිහිටි ආපන ශාලාවක දින 50ක දී අලෙවි වූ කිරි පැකට් ගණන පහත දැක්වේ.

31	34	38	40	44	43	45	47	45	50
53	52	58	55	54	53	61	63	65	66
66	68	64	63	66	67	62	63	66	70
71	73	74	75	76	72	73	72	74	81
82	82	82	83	83	84	8	85	92	96

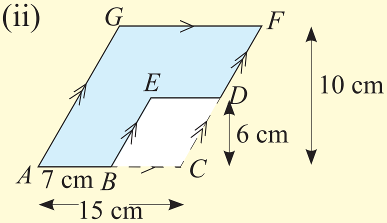
i. දත්තවල අගය පරාසය ලියා දක්වන්න.
ii. පන්ති සීමා 30 - 40, 40 - 50, 50 - 60 වන පරිදි ගෙන ඉහත දත්ත සියල්ල ඇසුරෙන් සාමූහිත සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියක් ගොඩනගන්න.
iii. සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය ඇසුරෙන් මාත පන්තිය හා මධ්‍යස්ථ පන්තිය සොයන්න.

3. (*a*) පහත දැක්වෙන රූපවල වර්ගඵල ගණනය කරන්න.

(i)



(ii)



4. (1) සවිධි බහුඅස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණයක අගය බාහිර කෝණයක අගයට වඩා 100^{o}ක් වැඩි වේ නම්,

i. බාහිර කෝණයක අගය සොයන්න.

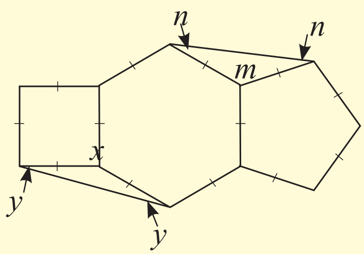
ii. පාද ගණන සොයන්න.

(2) සවිධි බහුඅස්‍රයක අභ්‍යන්තර හා බාහිර කෝණය අතර අනුපාතය 3 : 1 නම් අභ්‍යන්තර කෝණ සියල්ලේ ඓක්‍යය සොයන්න.

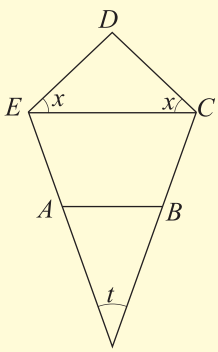
(3) බහුඅස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණවල ඓක්‍යය එහි බාහිර කෝණ ඓක්‍යය මෙන් පස්ගුණයක් වේ නම් එහි පාද ගණන සොයන්න.

(4) එක්තරා බහුඅස්‍රයක අභ්‍යන්තර කෝණ හතරක අගයන් පිළිවෙළින් 160^{o}, 140^{o}, 130^{o}, 110^{o} වන අතර එහි ඉතිරි බාහිර කෝණ සියල්ල අංශක 30^{o} බැගින් වේ නම් එම බහුඅස්‍රයේ පාද ගණන සොයන්න.

(5) පහත රූපයේ දැක්වෙන ආකාරයට එක්තරා නිර්මාණයක දී සමචතුරස්‍රයක්, සවිධි ෂඩස්‍රයක් හා සවිධි පංචාස්‍රයක් එකින් එක සම්බන්ධ කර ඇත. x, y, m, n මගින් නිරූපණය වන කෝණවල අගය සොයන්න.



(6)



ABCD සවිධි පංචාස්‍රයකි.

i. එක් ශීර්ෂ කෝණයක අගය සොයන්න.

ii. x හි අගය සොයන්න.

iii. *EC* හා *AB* රේඛා සමාන්තර වන බව පෙන්වන්න.

iv. t හි අගය සොයන්න.

5. ***A*** **i.** $x - 1 \leq -3$; අසමානතාව විසඳා නිඛිලමය විසඳුම් කුලකය සංඛ්‍යා රේඛාවක දක්වන්න.

ii. $\frac{2x}{3} > -2$; අසමානතාව විසඳා සියලු විසඳුම් සංඛ්‍යා රේඛාවක දක්වන්න.

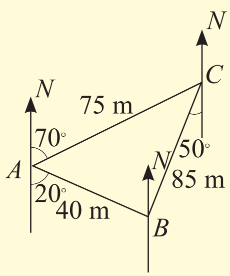
B 10 lක් දැමිය හැකි භාජනයක 3 lක ජල ප්‍රමාණයක් ඇත. එයට තව x l ජල ප්‍රමාණයක් දැමූ විට භාජනයේ ජල ප්‍රමාණය $3 + x \leq 10$ අසමානතාව මගින් නිරූපණය කළ හැකි අසමානතාව විසඳීමෙන් භාජනයට දැමූ ජල ප්‍රමාණය සොයන්න.

C සුළු කරන්න.

i. $\frac{m+1}{3} - \frac{1+2m}{2} + \frac{3m+2}{4}$

ii. $\frac{a+5}{a+3} - \frac{2-a}{3+a} + \frac{a}{a+3}$

6. ***A.*** තිරස් බිමක පිහිටි *A, B, C* නම් ලක්ෂ්‍ය 3හි දළ පිහිටුම දැක්වෙන සටහනක් මෙහි දක්වා ඇත.



i. *A* සිට *B* ගේ දිගංශය සොයන්න.
ii. *B* සිට *A* ගේ දිගංශය සොයන්න.
iii. *C* සිට *A* ගේ දිගංශය සොයන්න.

B. උතුරු දකුණු දිශාවට යොමු වූ සෘජු මාර්ගයක පිහිටි *A* ලක්ෂ්‍යයේ සිට පාරේ වම්පස වූ පාසල් භූමියක පිහිටි ජල කුළුණ දිස් වනුයේ 230^{o}ක දිගංශයකිනි. *A* සිට මාර්ගය ඔස්සේ 140 m දකුණු දිශාවට පැමිණ *B* ලක්ෂ්‍යයේ සිට ජල කුළුණ නිරීක්ෂණය කළ විට එහි දිගංශය 300ක් විය.

i. ඉහත තොරතුරු ඇතුළත් දළ සටහනක් ඇඳ දක්වන්න.
ii. සුදුසු පරිමාණයක් ගෙන පරිමාණ රූපයක් නිර්මාණය කර ඒ ඇසුරෙන් ජල කුළුණේ සිට හා ලක්ෂ්‍යයන්ට ඇති දුර ගණනය කරන්න.
iii. පාරේ සිට ජල කුළුණට ඇති අඩුම දුර සොයන්න.

7. පහත දැක්වෙනුයේ එක්තරා බැංකුවකට පැමිණි ගණුදෙණුකරුවන් සංඛ්‍යාව හා දින ගණන පිළිබඳ තොරතුරු ය.

ගණුදෙණුකරුවන් ගණන	65	66	67	68	69	70	71	72
දින ගණන	2	5	8	10	12	8	6	4

i. ඉහත ව්‍යාප්තියේ පරාසය සොයන්න.
ii. ඉහත දත්ත සඳහා මාතය, මධ්‍යස්ථය සොයන්න.
iii. මධ්‍යන්‍යය සෙවීම සඳහා සුදුසු වගුවක් සකස් කොට දත්ත ඇතුළත් කරන්න.

අ

අපරිමිත කුලක	முடிவில் தொடைகள்	Infinite sets
අභ්‍යන්තර කෝණය	அகக்கோணம்	Interior angle
අසමානතා	சமனிலி	Inequality
අහඹු පරීක්ෂණ	எழுமாற்றுப் பரிசோதனை	Random experiments

උ

උපකුලක	உபதொடைகள்	Sub sets

ක

කුඩාම පොදු ගුණාකාරය	பொது மடங்குக் களுள ் சிறிது	Least commom multiple
කුලක අනුපූරකය	நிரப்பித் தொடை	Compliment of sets
කුලක ඡේදනය	தொடை இடைவெட்டு	Intersection of sets
කුලක මේලය	தொடை ஒன்றிப்பு	Union of sets

ච

චතුරස්‍රය	நாற்பக்கல்	Quadrilateral

ත

තිරස් තලය	கிடைத்தளம்	Horizontal Plane
තුල්‍ය කුලක	சமவலுத் தொடைகள்	Equivalent sets
තුල්‍ය භාග	சமவலுப் பின்னம்	Equivalent fractions
ත්‍රපීසියම	சரிவகம்	Trapezium
ත්‍රිකෝණය	முக்கோணி	Triangle

ද

දක්ෂිණාවර්ත	வலஞ்சுழி	Clockwise
දත්ත	தரவு	Data
දිගංශය	திசைகோள்	Bearing
දුර	தூரம்	Distance

න

නියැදි අවකාශය	மாதிரி வெளி	Sample space

ප

පංචාස්‍රය	ஐங்கோணி	Pentagon

පන්ති ප්‍රාන්තර	வகுப்பாயிடைகள்	Class Intervals
පරිමිත කුලක	முடிவுள்ள தொடைகள்	Finite sets
පිහිටීම	அமைவு	Location
පොදු හරය	பொதுப் பகுதி	Common Denominator

බ

බාහිර කෝණය	புறக்கோணம்	Exterior angle

ව

වියුක්ත කුලක	மூட்டற்ற தொடைகள்	Disjoint sets
විශාල වේ	பெரிது	Greater than
වීජීය භාග	அட்சரகணிதப் பின்னம்	Algebraic fractions
වෘත්තය	வட்டம்	Circle

ම

මාලිමාව	திசையறிகருவி	Compass

ල

ලවය	தொகுதி	Numerator

ෂ

ෂඩස්‍රය	அறுகோணி	Hexagon

ස

සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තිය	மீடிறன் பரம்பல	Frequency distribution
සමකුලක	சம தொடைகள்	Equal sets
සම සේ භව්‍ය ප්‍රතිඵල	சமமாய் நிகழத்தக்க	Equally likely outcomes
සමාන වේ	சமன்	Equal
සමාන්තරාස්‍රය	இணைகரம்	Parallelogram
සරල රේඛීය සංවෘත	நேர்கோட்டுத்	Rectilinear closed plane
සවිධි බහුඅස්‍රය	ஒழுங்கான பல்கோணி	Regular polygons
සිද්ධිය	நிகழ்ச்சி	Event

හ

හරය	பகுதி	Denominator

පාඩම් අනුක්‍රමය

පෙළපොතේ පරිච්ඡේදය	ගුරුමාර්ගෝපදේශයේ පාඩම් අංකය	කාලච්ඡේද ගණන
1 වාරය		
1. සංඛ්‍යා රටා	2.1	03
2. ද්විමය සංඛ්‍යා	1.3	03
3. භාග	3.1	05
4. ප්‍රතිශත	5.1	06
5. වීජීය ප්‍රකාශන	14.1, 14.2	05
6. වීජීය ප්‍රකාශනවල සාධක	15.1, 15.2	05
7. ප්‍රත්‍යක්ෂ	23.1	04
8. සරල රේඛා, සමාන්තර රේඛා ආශ්‍රිත කෝණ	21.1, 21.2, 21.3	07
9. ද්‍රව මිනුම්	11.1	03
2 වාරය		
10. අනුලෝම සමානුපාත	4.1	06
11ඩ ගණකය	6.2	02
12. දර්ශක	6.1	03
13. වටැයීම හා විද්‍යාත්මක අංකනය	1.1, 1.2	05
14. පථ හා නිර්මාණ	27.1, 27.2	09
15. සමීකරණ	17.1, 17.2	06
16. ත්‍රිකෝණයක කෝණ	23.2, 23.3	09
17. සූත්‍ර	19.1	02
18. වෘත්තයක පරිධිය	7.1	05
19. පෛතගරස් සම්බන්ධය	23.5	04
20. ප්‍රස්තාර	20.1	04
3 වාරය		
21. අසමානතා	18.1	03
21. කුලක	30.1	07
23. වර්ගඵලය	8.1	05
24. සම්භාවිතාව	31.1	05
25. බහුඅස්‍රවල කෝණ	23.4	05
26. වීජීය භාග	16.1	03
27. පරිමාණ රූප	13.1, 13.2	08
28. දත්ත නිරූපණය හා අර්ථකථනය	28.1, 29.1	10